

## К ЭЛЕКТРОМЕХАНИКЕ ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ

Д.т.н., проф. В.Эткин

Анализируются причины существующего размежевания электромагнитной теории поля и электромеханики. Первая базируется на постулированных уравнениях Максвелла, вторая использует в основном экспериментально найденные законы силового взаимодействия токонесущих систем. Предложен синтез этих направлений, основанный на единой теории процессов переноса и преобразования энергии и позволяющий получить и обобщить как уравнения Максвелла, так и законы Кулона, Фарадея, Ома, Гаусса, Ампера и Био-Савара

**Введение.** До настоящего времени в классической электродинамике сосуществуют два слабо связанных друг с другом раздела. С одной стороны, имеется теория электромагнитного поля, базирующаяся на уравнениях Максвелла и заведомо требующая учета изменения плотности заряда, скорости, напряженности поля и т.д. в движущихся системах отсчета, а с другой стороны, электромеханика, описывающая силовое взаимодействие токонесущих систем с использованием понятия ЭДС, силы Лоренца и законов Ома, Гаусса, Ампера и Био-Савара [1].

В результате столь странного «размежевания» двух направлений одной и той же области знаний до настоящего времени классическая электродинамика находится в состоянии, когда для объяснения одних и тех же явлений приходится применять принципиально различные подходы. Примером такой «двойственности» является известное исключение из «правила потока» Фарадея, когда для анализа электромагнитной индукции приходится пользоваться двумя совершенно разными законами: выражением магнитной составляющей силы Лоренца  $e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  в случае движущегося контура или уравнением Максвелла  $\text{rot} \mathbf{E} = -(\partial \mathbf{B} / \partial t)$  в случае меняющегося поля [1]. Менее известна ситуация, когда вследствие принятия электромагнитной энергии за единую ее форму для описания процесса ее преобразования в механическую оказывается необходимым привлекать наряду с вектором Пойнтинга вектор Умова [2]. И уж вовсе непонятным оказывается механизм этого преобразования в отсутствие градиентов скалярного и векторного потенциалов, когда едва ли не единственной известной силой является магнитная составляющая силы Лоренца, направленная по нормали к проводникам с током и потому не способная быть полезной составляющей электродвижущей силы [3].

Это свидетельствует о незавершенности теории электромагнетизма и о необходимости ее дополнения. Обнаружить эту недостаточность и выяснить ее причины можно с позиций междисциплинарной теории процессов переноса и преобразования любых форм энергии, названной нами для краткости энергодинамикой [4].

**2. Специфика энергодинамики.** Эта теория рассматривает наиболее общий случай неравновесных (пространственно неоднородных) систем с произвольным числом степеней свободы (форм энергии), учитывая при этом скорость, производительность, противонаправленность и необратимость протекающих в них реальных процессов. Особенностью энергодинамики является также отказ от каких-либо постулатов в основаниях теории и использование моделей объекта исследования преимущественно в качестве условий. В

отличие от термодинамики и электродинамики, считающих единственной причиной возникновения процессов воздействие на систему со стороны окружающей среды, энергодинамика рассматривает неравновесные системы, процессы в которых протекают и после их изоляции от внешней среды. При этом в отличие от них она оперирует полной  $\mathcal{E}$  (а не только внутренней  $U$  или только внешней  $E$ ) энергией исследуемой системы. Наконец, ее математическая структура базируется на законе сохранения энергии, в котором члены уравнения ее баланса выражены через измеримые (или поддающиеся расчету) параметры не только равновесного, но и неравновесного состояния, и не только известные, но и вновь вводимые. Таковыми являются моменты распределения  $\mathbf{Z}_i = \Theta_i \Delta \mathbf{r}_i$  экстенсивных параметров системы  $\Theta_i$  (энтропии  $S$ , массы  $M$ , чисел молей  $k$ -х веществ  $N_k$ , электрического заряда  $q_e$ , импульса системы  $\mathbf{P}$ , его момента  $\mathbf{L}$  и т.д.). Существование таких параметров непосредственно следует из рассмотрения произвольного распределения в пространстве любой экстенсивной величины  $\Theta_i$  [5]. Плечо этого момента  $\Delta \mathbf{r}_i$  отражает смещение центра величины  $\Theta_i$  от его положения в однородном состоянии. Тем самым моменты распределения характеризуют отклонение системы в целом от равновесия  $i$ -го рода (термического, механического, электрического и т.п.) и находятся по известным полям температуры, давления, химического, электрического, гравитационного и т.п. потенциала. Изменение этих моментов  $d\mathbf{Z}_i$  предопределяет возможность протекания в неоднородных системах трех групп независимых процессов.

Первую группу составляют процессы переноса через границы системы носителей энергии  $\Theta_i$  без нарушения однородности системы (когда  $d\mathbf{Z}_i = \Delta \mathbf{r}_i d\Theta_i$ ). К ним относятся процессы теплообмена, объемной деформации и массообмена, рассматриваемые классической и неравновесной термодинамикой [6], а также процессы ускорения поступательного и вращательного движения системы как целого.

Вторую, новую группу составляют неравновесные процессы перераспределения этих параметров  $\Theta_i$  между различными частями одной и той же системы при сохранении их величины для системы в целом (когда  $d\mathbf{Z}_i = \Theta_i \mathbf{e} d\mathbf{r}_i$ , где  $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$  – единичный орт). Эти процессы обусловлены релаксацией или совершением работы против равновесия, и сопровождаются смещением центра их величины относительно его положения при равновесии без изменения его направления [7].

Третью, также новую группу составляют процессы переориентации системы относительно внешних полей или тел (когда  $d\mathbf{Z}_i = \Theta_i r_i d\mathbf{e}_i$ ), обусловленные изменением их потенциальной энергии вследствие действия на тело ориентационных моментов, изменяющих направление векторов  $\mathbf{Z}_i$ . Их координатами служат пространственные углы  $\varphi_i$  между векторами  $\mathbf{Z}_i$  и системой пространственных координат, поскольку  $d\mathbf{e}_i = d\varphi_i \times \mathbf{e}_i$ , и  $\Theta_i r_i d\mathbf{e}_i = \mathbf{Z}_i \times d\varphi_i$  [8].

Таким образом, неоднородная система характеризуется в энергодинамике не одной, а тремя группами координат  $\Theta_i$ ,  $\mathbf{r}_i$  и  $\varphi_i$ , так что полный дифференциал ее энергии  $\mathcal{E}$  принимает в общем случае<sup>1)</sup> вид [9]:

$$d\mathcal{E} \equiv \sum_i \psi_i d\Theta_i - \sum_i \mathbf{X}_i \cdot d\mathbf{Z}_i - \sum_i \mathbf{M}_i \cdot d\varphi_i. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Когда число независимых процессов в каждой группе одинаково и равно их максимально возможному числу.

где  $\psi_i \equiv (\partial\mathcal{E}/\partial\Theta_i)$  – среднemasсовая величина потенциала системы (температуры  $T$ , давления  $p$ ,  $\mu$  химических потенциалов  $k$ -х веществ  $\mu_k$  и т.п.);  $\mathbf{X}_i \equiv -(\partial\mathcal{E}/\partial\mathbf{Z}_i)$  – так называемые термодинамические силы;  $\mathbf{M}_i \equiv -(\partial\mathcal{E}/\partial\boldsymbol{\varphi}_i) = -$  моменты этих сил.

Первая сумма этого выражения характеризует изменение энергии такой системы в результате теплообмена, объемной деформации, массообмена, ввода в нее заряда, масс  $k$ -х веществ, ускорения ее поступательного и вращательного движения и т.п., но без нарушения однородности системы как целого. Часть из них рассматривается классической термодинамикой [10] и термодинамикой сложных систем [11].

Вторая сумма (1) характеризует изменение энергии системы при совершении над ней работы  $dW^T$  против равновесия<sup>1)</sup> или при ее релаксации.

Третья сумма характеризует работу изменения взаимной ориентации взаимодействующих тел (переориентации векторов  $\mathbf{Z}_i$ ).

Чтобы вскрыть общезначимый смысл термодинамических сил  $\mathbf{X}_i$  и показать их универсальность, воспользуемся представлением энергии системы  $\mathcal{E} = \sum_i \mathcal{E}_i$  через ее составляющие  $\mathcal{E}_i = \psi_i \Theta_i$ , названные в энергодинамике парциальными энергиями [12]. Поскольку частная производная  $\mathbf{X}_i \equiv -(\partial\mathcal{E}/\partial\mathbf{Z}_i)$  находится в условиях постоянства координат всех других независимых процессов  $\Theta_i$ , то, вынося их за знак дифференциала, найдем

$$\mathbf{X}_i \equiv -(\partial\psi_i/\partial\mathbf{r}_i) = -\nabla\psi_i. \quad (2)$$

Таким образом, термодинамические силы  $\mathbf{X}_i$  представляют собой удельные силы  $\mathbf{F}_i = -(\partial\mathcal{E}/\partial\mathbf{r}_i) = \mathbf{F}_i/\Theta_i$  в их обычном понимании (подобно объемным, массовым, поверхностным и т.п. силам) и выражаются через градиенты соответствующего потенциала, взятые с обратным знаком<sup>2)</sup>. Таковы, в частности, потенциалы электрического и гравитационного полей, а также полей температур, давлений, концентраций и т.п.

Введение параметров пространственной неоднородности  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{Z}_i$  позволяет сделать общезначимыми и универсальными понятия силы  $i$ -го рода  $\mathbf{F}_i$  (механической, электрической, химической, термической и т.п.), совершаемой ею полезной (технической) работы  $dW_i^T = \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i$ , мощности (производительности) процесса  $N_i \equiv dW_i^T/dt$ , скорости переноса «энергонесителя»  $\Theta_i$   $\mathbf{v}_i \equiv d\mathbf{r}_i/dt$ , его потока  $\mathbf{J}_i \equiv d\mathbf{Z}_i/dt = \Theta_i \mathbf{v}_i$  и т.д. Тем самым энергодинамика приобретает способность не только единым образом описывать механические, термодинамические гидродинамические электродинамические и т.п. процессы [13], но и *объяснять* возникающие при их наложении явления.

**3. Приложение энергодинамики к электромеханике.** Раскроем теперь конкретный смысл входящих в (1) параметров применительно к токнесущим системам. Протекающие в таких системах процессы затрагивают в основном ее электрическую и магнитную степени свободы, и лишь при наличии диссипации – термическую. Начнем с процессов первой группы, которые не нарушают однородности системы. Для электрической энергии параметры  $\Theta_i$  и  $\psi_i$  известны - это электрический заряд системы  $Q$  и ее электрический потенциал  $\varphi = (\partial\mathcal{E}/\partial q_e)$ . При этом первое слагаемое (1) характеризует работу ввода элементарного

<sup>1)</sup> Знак неполного дифференциала  $d$  для выражения элементарной работы отражает то обстоятельство, что в реальных системах (с трением) работа зависит от пути и скорости процесса.

<sup>2)</sup> Последнее обусловлено тем, что за положительное направление силы в неравновесной термодинамике принято то, что ведет к равновесию.

заряда  $dq_e$  в область с потенциалом  $\varphi$ , которую энергодинамика по аналогии с работой объемной деформации и ввода вещества относит к разряду нетехнических работ  $W_i^H$  [14]:

$$dW_e^H = \varphi dq_e. \quad (3)$$

К этой категории следует отнести и работу ускорения поступательного и вращательного движения, а также работу ускорения вращательного движения заряженных частиц, ответственную за усиление магнитных свойств вещества. Такая работа, названная нами работой «намагничивания»  $dW_M^H$ , в электродинамике, насколько нам известно, также отсутствует. Исходя из аналогии этого процесса с ускорением вращения тела, обладающего моментом импульса вращательного движения  $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$ , энергодинамика рассматривает в качестве потенциала этой формы движения угловую скорость вращения заряда  $\boldsymbol{\omega}_e$  (как орбитального, так и спинового), а в качестве координаты – момент импульса вращательного движения заряда  $\mathbf{L}_e = I_e\boldsymbol{\omega}_e$ , где  $I_e$  – аналог суммарного момента инерции частиц применительно к носителям тока. На примере соленоида можно показать, что  $\boldsymbol{\omega}_e$  пропорциональна так называемому векторному магнитному потенциалу  $\mathbf{A}$ , определяемому выражением [1]:

$$\mathbf{A} = (\mu_0/4\pi) \int (\mathbf{j}_e/r) dV. \quad (4)$$

где  $\mathbf{j}_e = \rho_e \mathbf{v}_e$  – плотность тока проводимости. Скорость  $\mathbf{v}_e$  можно выразить векторным произведением угловой скорости вращения заряда  $\boldsymbol{\omega}_e$  и радиус-вектора  $\mathbf{r} = e\mathbf{r}$  элемента тока  $\mathbf{j}_e dl$  в проводнике относительно мгновенного центра его вращения. Тогда, вынося постоянную величину  $\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{e}$  за знак интеграла, получим

$$\mathbf{A} = 4\pi\mu_0^{-1} (\mathbf{A} \times \mathbf{e}) / q_e, \quad (5)$$

где  $q_e = \int \rho_e dV$  – суммарный свободный заряд системы. Таким образом, параметр  $\boldsymbol{\omega}_e$  направлен по нормали к  $\mathbf{A}$  и численно равен векторному потенциалу, отнесенному к величине заряда. Он представляет собой интенсивную величину, как и все другие потенциалы, а его направление совпадает с полем  $\mathbf{B}$  соленоида. Так раскрывается смысл одного из труднейших понятий электродинамики [15]. Этот параметр неудачно причислен к потенциалам и назван векторным магнитным потенциалом, поскольку его изменение не выражает работу магнитного поля. Напротив, векторы  $\boldsymbol{\omega}_e$  выражают работу намагничивания  $dW_M^H$  в обычной для этой категории работ форме:

$$dW_M^H = \boldsymbol{\omega}_e \cdot d\mathbf{L}_e. \quad (6)$$

Перейдем теперь к членам 2-й суммы (1), описывающим процессы перераспределения энергоносителя. Примером процесса такого рода является работа источника тока, перемещающего свободный заряд  $q$  из одной области системы в другую. Координатой этого процесса служит момент распределения свободного заряда  $\mathbf{Z}_e = q\Delta\mathbf{r}_e$ , производная от которого по времени определяет специфический поток свободного заряда  $\mathbf{J}_e = d\mathbf{Z}_e/dt$  (А·м), не имеющий аналогов в электротехнике. Этот поток характеризует движение заряда в токонесущей системе в целом и подобен по смыслу импульсу ее свободного заряда, подобно его смыслу в механике. Именно ему, как увидим далее, пропорциональна сила Ампера. Плотность же этого потока  $\mathbf{i}_e = \partial\mathbf{J}_e/\partial V$  (А/м<sup>2</sup>) имеет привычный смысл плотности тока проводимости.

С вектором  $\mathbf{Z}_e$  сопряжена сила  $\mathbf{X}_e = -(\partial\mathcal{E}/\partial\mathbf{Z}_e) = -\nabla\varphi$ , тождественная по смыслу напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ . Выполняемая этой силой работа  $dW_e^T$  имеет вид:

$$dW_e^T = \mathbf{X}_e \cdot d\mathbf{Z}_e = -q_e d\varphi, \quad (7)$$

В установившемся процессе (когда  $\mathbf{X}_e = -\nabla\varphi = d\varphi/d\mathbf{r}$ ) эта работа принимает более привычный вид  $dW_e^T = -q_e d\varphi$ , где  $q_e$  – заряд перенесенный из области с потенциалом  $\varphi$  в область с потенциалом  $\varphi + d\varphi$ .

В диэлектриках перераспределение заряда связано с процессом их поляризации, суть которого состоит в образовании электрических диполей с различным знаком связанных зарядов  $q_c'$  и  $q_c''$  ( $q_c'' = -q_c'$ ) путем их смещения от центра диполя в противоположные стороны  $\Delta\mathbf{r}_c'$  и  $\Delta\mathbf{r}_c''$  ( $\Delta\mathbf{r}_c'' = -\Delta\mathbf{r}_c'$ ). Поскольку  $(-q_c')(-\Delta\mathbf{r}_c') = q_c'\Delta\mathbf{r}_c'$ , момент распределения связанных зарядов  $\mathbf{Z}_\Pi$  оказывается положительным и равным

$$\mathbf{Z}_\Pi = q_c'\Delta\mathbf{r}_c' + q_c''\Delta\mathbf{r}_c'' = q_c'\Delta\mathbf{r}_c, \quad (8)$$

где  $q_c'$  – так называемый поляризационный заряд;  $\Delta\mathbf{r}_c$  – плечо электрического диполя.

Движущей силой этого процесса по-прежнему является величина  $\mathbf{X}_e = -\nabla\varphi = \mathbf{E}$ . Нетрудно также заметить, что для системы единичного объема (когда  $q_c' = q_c'$  и  $q_c'' = q_c''$ ) момент  $\mathbf{Z}_\Pi$  приобретает смысл и направление вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  [16]. Таким образом, обратимая работа поляризации диэлектрика в установившемся режиме определяется выражением, аналогичным (7):

$$dW_\Pi^T = \mathbf{X}_e \cdot d\mathbf{Z}_\Pi = -q_c' d\varphi, \quad (9)$$

где  $d\varphi = d(\varphi' - \varphi'')$  – изменение разности потенциалов в местах расположения связанных зарядов  $q_c'$  и  $q_c''$ .

Аналогичным образом можно описать и процесс поляризации магнетиков, если вместо обычно используемых «магнитных масс»  $m_m'$  и  $m_m''$  с совершенно неясным физическим содержанием рассматривать в качестве экстенсивных координат моменты импульса вращательного движения зарядов  $\mathbf{L}_\omega = I_e\boldsymbol{\omega}_e$  с моментом инерции заряда  $I_e$  как функцией круговых молекулярных токов, ответственных за магнетизм. Эти моменты  $\mathbf{L}_\omega$  в магнитных диполях также имеют противоположное направление, что обуславливает различие полюсов магнита. Компоненты вектора  $\mathbf{Z}_\omega$  для системы единичного объема ( $L_\omega' = q_\omega'$ ;  $L_\omega'' = q_\omega''$ ) имеют вид:

$$\mathbf{Z}_\omega = q_\omega'\Delta\mathbf{r}_\omega' + q_\omega''\Delta\mathbf{r}_\omega'' = q_\omega'\Delta\mathbf{r}_\omega, \quad (10)$$

где  $\Delta\mathbf{r}_\omega$  – плечо магнитного диполя. По своему направлению и физическому смыслу этот момент аналогичен вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . В таком случае сила  $\mathbf{X}_\omega = -\nabla\omega_e$  заменяет напряженность внешнего поля  $\mathbf{H}$  в выражении работы намагничивания  $dW_M^T = \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$ . Это позволяет выразить работу поляризации магнетиков единым образом через параметры самой системы:

$$dW_\omega^T = \mathbf{X}_\omega \cdot d\mathbf{Z}_\omega = -L_\omega' d\omega_e. \quad (11)$$

Здесь  $d\omega_e = d(\omega_e' - \omega_e'')$  – изменение разности скоростей вращения зарядов в местах расположения плеч магнитного диполя.

Следует особо подчеркнуть, что найденные здесь выражения работ (5), (7) и (9) применимы и к изолированным системам, где происходят внутренние превращения электрической энергии в магнитную (или наоборот), т.е. совершается внутренняя работа. Этим они принципиально отличаются от известных из термодинамики диэлектриков и магнетиков выражений  $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$ , использующих понятия внешних электрических и магнитных полей и предполагающих обязательным энергообмен системы с ними [11].

Рассмотрим теперь процессы переориентации токонесущих систем, соответствующие членам 3-й суммы (1). Такого рода процессы характерны для систем, потенциальная энергия которых зависит от направления электрического и магнитного поля. В энергодинамике такие системы названы ориентируемыми [17]. Примером такой системы является рамка с током, находящаяся во внешнем магнитном поле. Приложение к ним энергодинамики удобнее начать с процесса поворота (переориентации) этой рамки. Чтобы выяснить смысл вращающего момента  $\mathbf{M}_\varphi$ , действующего на рамку, учтем, что процесс поворота рамки как не зависящий от других процессов протекает в условиях постоянства их координат и обусловлен только изменением угла  $\varphi_i$ , образованного плоскостью рамки и направлением магнитного поля  $\mathbf{B}$ . В таком случае  $dW_\varphi^T = \mathbf{F}_\varphi \cdot d\mathbf{r}_\varphi = \mathbf{F}_\varphi \cdot [d\varphi_i, \mathbf{r}_\varphi]$ , и параметр  $\mathbf{M}_\varphi$  приобретает смысл ориентационного<sup>1)</sup> момента  $\mathbf{M}_\varphi = \mathbf{F}_\varphi \times \Delta\mathbf{r}_\varphi$  силы  $\mathbf{F}_\varphi$ , что соответствует работе переориентации

$$dW_\varphi^T = \mathbf{M}_\varphi \cdot d\varphi. \quad (12)$$

Несложно убедиться в том, что ориентационный момент  $\mathbf{M}_\varphi$  связан с моментом распределения тока в рамке  $\mathbf{Z}_e$ , если под компонентами вектора смещения  $\Delta\mathbf{r}_e$  понимать удаление проводника с током (как носителя магнитной энергии  $\Theta_M$ ) от оси ее вращения и учесть, что, как и в предыдущих случаях, противоположные части рамки имеют не только противоположное направление тока  $-\mathbf{I}$  и  $+\mathbf{I}$ , но и разный знак их смещения от центра  $\Delta\mathbf{r}_e$ . В результате возникает так называемый «магнитный момент» рамки. Таким образом, образование крутящего момента, действующего на рамку с током, также обусловлено неоднородностью распределения тока в пространстве. Этот момент и совершает работу при вращении рамки.

Аналогичный вид  $\mathbf{M}_e = \mathbf{F}_e \times \Delta\mathbf{r}_e$  будет иметь ориентационный момент для случая взаимодействия электрических диполей с полем  $\mathbf{E}$ , что соответствует работе переориентации диполей в электрическом поле

$$dW_\varphi^T = \mathbf{M}_e \cdot d\varphi_e. \quad (13)$$

Как видим, все найденные здесь соотношения получены без использования сил Ампера и Лоренца. Тем не менее из них следует не только существование этих сил, но и уравнения Максвелла, выражение силы Лоренца, законы Кулона, Ампера и Био-Савара - Лапласа.

---

<sup>1)</sup> От крутящего ориентационный момент отличается тем, что обращается в нуль при совпадении направления рамки с направлением поля, в то время как крутящий момент может вызывать непрерывное вращение.

Докажем прежде всего существование для токонесущих систем уравнений, аналогичных постулированным Максвеллом уравнениям электромагнитного поля<sup>1)</sup> [18]. Такие уравнения могут быть получены на основе тех же членов 2-й суммы (1), которые для процессов взаимопревращения электрической (индекс «е») и магнитной (индекс «м») энергии принимают вид:

$$d\mathcal{E}_V = \mathbf{X}_e \cdot d\mathbf{Z}_e + \mathbf{X}_m \cdot d\mathbf{Z}_m = 0. \quad (14)$$

Этому простому уравнению можно придать форму уравнений Максвелла, применив его к устройству типа трансформатор, в котором замкнутый электрический контур охватывает замкнутый же магнитопровод. Для этого следует вскрыть связь параметров (23) и понятиями, принятыми в электродинамике. Это касается прежде всего понятий электродвижущей и магнитодвижущей силы (ЭДС и МДС)  $\mathbf{X}_e$  и  $\mathbf{X}_m$ , которые для замкнутых контуров становятся скалярами и определяются циркуляцией соответственно векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  вдоль замкнутых электрического и магнитного контуров  $X_e = \oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell}_e$  и  $X_m = \oint \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\ell}_m$ , где  $\boldsymbol{\ell}_e$  и  $\boldsymbol{\ell}_m$  – векторные элементы длины соответственно проводника и магнитопровода. Точно так же потоки электрического и магнитного смещения  $\mathbf{J}_e^c = d\mathbf{Z}_e/dt$  и  $\mathbf{J}_m^c = d\mathbf{Z}_m/dt$  становятся для замкнутых контуров скалярными «потокам сцепления», которые традиционно представляются в электродинамике числом силовых линий, пронизывающих векторные элементы сечения соответственно электрического контура  $\mathbf{f}_e$  и магнитопровода  $\mathbf{f}_m$ :  $J_e^c = \int (d\mathbf{D}/dt) d\mathbf{f}_e$ ,  $J_m^c = \int (d\mathbf{B}/dt) d\mathbf{f}_m$ . Затем на основании теоремы Стокса следует перейти в выражениях силы  $X_e = \oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell}_e$  от криволинейного интеграла по замкнутому электрическому контуру длиной  $\ell_e$  к интегралу  $\int \text{rot} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}_m$  по сечению магнитопровода  $f_m$ , и от  $X_m = \oint \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\ell}_m$  к интегралу  $\int \text{rot} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{f}_e$  по поверхности  $f_e$ , натянутой на электрический контур. Тогда после ряда несложных преобразований мы придем к выражениям, подобным первой паре уравнений Максвелла в форме, предложенной О.Хэвисайдом и Г Герцем [1]:

$$\text{rot} \mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt, \quad (15)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = d\mathbf{D}/dt \quad (16)$$

Эти уравнения отличаются от их общепринятой формы полной симметрией, а также тем, что сохраняют форму полного дифференциала векторов  $\mathbf{Z}_e$  и  $\mathbf{Z}_m$  в уравнении (1) в выражениях потоков  $J_e^c$  и  $J_m^c$ , что приводит к появлению в (15) и (16) полных производных по времени от векторов электрической и магнитной индукции  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$ . Эти производные включают в себя наряду с током проводимости  $\mathbf{j}_e$  «конвективные» составляющие плотности тока смещения»  $\mathbf{j}_e^c = (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{D}$  и его аналога – магнитного тока смещения  $\mathbf{j}_m^c = (\mathbf{v}_m \cdot \nabla) \mathbf{B}$ , которые обусловлены процессами переполаризации магнетодиэлектриков в переменных внешних полях. Такая их форма позволяет этим уравнениям описывать такие процессы и получить на их основе целый ряд дополнительных соотношений для токонесущих систем.

Столь же несложно получить на основе тех же уравнений (14) закон индукции Фарадея. Заметим, что согласно изложенному выше для замкнутого контура  $X_e$  – это и есть электродвижущая сила  $\mathcal{E}$ , а  $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{f}_m$  – так называемый магнитный поток  $\Phi$ . Тогда из  $X_e =$

<sup>1)</sup> Имеются в виду уравнения, относящиеся к токонесущим системам, а не электромагнитному полю.

$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}_e = \int \text{rot} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f}_m$  после несложных преобразований с использованием соотношения (15) непосредственно получаем:

$$\mathcal{E} = -d\Phi/dt. \quad (17)$$

Дадим теперь теоретический вывод закона Кулона, устанавливающего силу воздействия одного электрического заряда  $q_1$  на другой  $q_2$ . Для этого обратим внимание, что в единице объема проводника момент распределения  $\mathbf{Z}_{eV} = \rho_e \Delta \mathbf{r}_e$ . Отсюда следует, что плотность свободного заряда в нем  $\rho_e$  выражается дивергенцией момента его распределения:

$$\rho_e = \nabla \cdot \mathbf{Z}_{eV}. \quad (18)$$

Нетрудно заметить, что это выражение соответствует известному из электродинамики соотношению  $\rho_e = \nabla \cdot \mathbf{D}$ , следующему из теоремы Гаусса. Однако здесь не потребовалось прибегать к абстрактному понятию «потока вектора напряжённости электрического поля сквозь замкнутую поверхность», которое никак не связано с движением чего-либо вообще и не несет никакого физического смысла. Если теперь учесть тождественность  $\mathbf{Z}_{eV}$  вектору  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$  и подставить его в (14), то после ряда математических преобразований получим [18]:

$$E = q/4\pi\epsilon_0 r^2. \quad (19)$$

Однако энергодинамика позволяет пойти еще дальше и вносит в интегральную форму закона Кулона важные коррективы. Поскольку в стационарных условиях  $\mathbf{E} \equiv -\nabla\phi = -d\phi/d\mathbf{r}$ , электрический потенциал  $\phi = \phi(\mathbf{r})$  в любой точке сферы с радиусом  $r \geq r_c$  должен определяться путем интегрирования (19) в пределах от  $r_c$  до  $r$ :

$$\phi(r) - \phi(r_c) = (q/4\pi\epsilon_0)(1/r_c - 1/r). \quad (r \geq r_c) \quad (20)$$

Это выражение отличается от традиционной формы закона Кулона тем, что учитывает минимальное расстояние  $r_c$ , до которого могут быть сближены два заряда конечных размеров, как это имело в опытах Кулона. Учет этого минимального расстояния сразу исключает расходимость закона (19) при  $r \rightarrow \infty$ .

Получим теперь выражение закона Ампера. К нему мы непосредственно приходим путем дифференцирования выражения (4) по  $r$ , поскольку  $\mathbf{B} \equiv \text{rot} \mathbf{A}$ :

$$d\mathbf{B} = (\mu_0/4\pi) \mathbf{I} \cdot [d\mathbf{l}, \mathbf{r}] / r^3, \quad (21),$$

Здесь  $\mathbf{I} \cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{j}_e dV = \mathbf{J}_e$ , что становится более очевидным после представления элемента объема  $dV$  в виде скалярного произведения векторных элементов  $d\mathbf{l}$  и  $d\mathbf{f}$  длины  $\ell$  и сечения  $f$  проводника с током [19]. Отсюда следует, что индукция магнитного поля  $\mathbf{B}$  пропорциональна полному потоку смещения электрического заряда  $\mathbf{J}_e^c = d\mathbf{Z}_e/dt$ , что придает моменту распределения  $\mathbf{Z}_e$  дополнительный смысл и право на существование. Этот смысл состоит в том, что потоки смещения не выходят за границы системы, т.е. являются для нее «внутренними». Именно они осуществляют смещение заряда в цепи конденсатора, обеспечивая зарядку конденсатора с вакуумным промежутком, в котором никаких материаль-



ных потоков, естественно, нет. Эти же токи смещения обуславливают колебательное движение заряда в любой незамкнутой цепи переменного тока, например в диполе Герца или в соленоиде, вызывая появление в нем эдс самоиндукции и т.п. В отличие от тока смещения Максвелла ( $\partial\mathbf{D}/\partial t$ ), который находится в условиях  $\mathbf{r} = \text{const}$  и потому никак не связан с движением центра поляризационных зарядов, поток смещения  $\mathbf{J}_e^c$  определяется конвективной составляющей  $(\mathbf{v}_e \cdot \nabla)\mathbf{D}$  производной  $d\mathbf{D}/dt$ , которая имеет четкий физический смысл потока. Отсутствие этих составляющих в уравнениях Максвелла является следствием необоснованного переноса им уравнений, описывающих эксперименты в токонесящих системах, на электромагнитное поле в вакууме. Для токонесящих же систем учет таких токов совершенно необходим.

Найдем теперь выражение магнитной составляющей силы Лоренца, не прибегая ни к соображениям релятивистского характера, ни к уравнениям Максвелла. Как мы уже отмечали выше, момент  $\mathbf{Z}_\omega$  идентичен вектору магнитной индукции  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ . Его полный дифференциал имеет вид:

$$d\mathbf{B}/dt = (\mathbf{v}_e \cdot \nabla)\mathbf{B} + (\partial\mathbf{B}/\partial t). \quad (22)$$

где  $\mathbf{v}_e$  – скорость переноса электрического заряда. Согласно известным правилам векторного анализа

$$(\mathbf{v}_e \cdot \nabla)\mathbf{B} = -\text{rot}(\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) + \mathbf{v}_e \text{div}\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{v}_e - \mathbf{B} \text{div}\mathbf{v}_e. \quad (23)$$

В этом выражении все 3 последних члена обращаются в нуль:  $\text{div}\mathbf{B}$  – в силу отсутствия «магнитных зарядов», другие – вследствие  $\mathbf{v}_e = \text{const}$ . Далее, поскольку  $\mathbf{B} \equiv \text{rot}\mathbf{A}$ , то  $d\mathbf{B}/dt = \text{rot}(d\mathbf{A}/dt)$ , а  $(\partial\mathbf{B}/\partial t) = \text{rot}(\partial\mathbf{A}/\partial t)$ . В результате имеем:

$$d\mathbf{A}/dt = -(\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) + (\partial\mathbf{A}/\partial t). \quad (24)$$

Это и есть та самая «сторонняя» сила, которая действует на заряд  $q$  наряду с электрической силой  $\mathbf{E} \equiv -\nabla\phi$ , образуя с ней результирующую всех сил, действующих на проводник с током [20]:

$$\mathbf{F}_e = q(-\nabla\phi - \partial\mathbf{A}/\partial t + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}). \quad (25)$$

Последний член правой части (25) и есть магнитная составляющая силы Лоренца  $\mathbf{F}_L = (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B})$ , отнесенная к единичному заряду. Именно эта сила образует момент  $\mathbf{M}_i = \mathbf{F}_L \times \Delta\mathbf{r}$ , вращающий роторы электродвигателей, поскольку другие составляющие силы  $\mathbf{F}_e$ , направлены вдоль тока и их векторное произведение с  $\Delta\mathbf{r}$  равно нулю.

Еще одно дополнение, которое вносит в электромеханику энергодинамика, состоит в обобщении закона Ома. Согласно ей, обобщенная скорость любого процесса, в том числе электрический ток  $\mathbf{I}$ , зависит от результирующей  $\mathbf{F}_e$  всех сил, действующих в системе, поэтому обобщенный закон Ома выглядит следующим образом [21]:

$$\mathbf{I} = \sigma(-\nabla\phi - \partial\mathbf{A}/\partial t + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}), \quad (26)$$

где  $\sigma$  – коэффициент электропроводности.

Выражение (26) объясняет причину возникновения многих эффектов, наблюдающихся в токонесящих системах, существованием этих дополнительных сил. Более детально эти

«побочные» эффекты могут быть выявлены благодаря установлению в энергодинамике аналогичных условиям симметрии Онзагера в теории необратимых процессов «соотношениям взаимности» для их обратимых процессов полезного преобразования энергии<sup>1)</sup> [22]. Эти соотношения следуют непосредственно из независимости второй производной энергии системы  $\mathcal{E}$ , представленной выражением (1), от порядка дифференцирования по независимым аргументам. Применительно ко второй сумме (1) эти соотношения имеют вид:

$$(\partial^2 \mathcal{E} / \partial \mathbf{Z}_i \partial \mathbf{Z}_j) = (\partial^2 \mathcal{E} / \partial \mathbf{Z}_j \partial \mathbf{Z}_i). \quad (27)$$

Поскольку  $(\partial \mathcal{E} / \partial \mathbf{Z}_i) = \mathbf{X}_i$  и  $(\partial \mathcal{E} / \partial \mathbf{Z}_j) = \mathbf{X}_j$ , то из (27) следует [22]:

$$(\partial \mathbf{X}_i / \partial \mathbf{Z}_j) = (\partial \mathbf{X}_j / \partial \mathbf{Z}_i) \quad (28)$$

Согласно этим соотношениям, взаимосвязь разнородных процессов характеризуется взаимностью (симметрией): одно явление влияет на другое так же, как и второе на первое. Это сразу объясняет, почему в опытах Фарадея (1838), Рентгена (1885-1988), Вильсона (1905), Роуланда (1875), Эйхенвальда (1901) и других движение любого тела (проводника, диэлектрика или магнетика) в электрическом поле порождает магнитное поле, а при движении в магнитном поле – электрическое поле [23].

Помимо ряда полученных здесь новых соотношений изложенная теория электромагнетизма позволяет устранить некоторые другие «белые пятна» электродинамики: доказать существование продольных электромагнитных волн [24], выявить противонаправленность токов смещения Максвелла и тока проводимости [25] и тем самым обосновать ошибочность трактовки вектора Пойнтинга как потока электромагнитной энергии [26], доказать неприменимость уравнений Максвелла к полю излучений [27] и обосновать его неэлектромагнитную природу [28].

Все это показывает, насколько полезным может быть пересмотр некоторых установленных представлений с более общих позиций, и насколько может быть полезной энергодинамика как основа не только электромеханики, но и других научных дисциплин.

## Литература

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.. Фейнмановские лекции по физике. – М.: Мир, 1976. Т. 6, с.54.
2. Поливанов К.М. Электродинамика движущихся тел. М.: Энергоиздат, 1982. 122 с.
3. Парселл Э. Электричество и магнетизм. Берклевский курс физики. Т.2. - М. «Наука», 1975. - 439 с.
4. Эткин В.А. Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии). – СПб.; «Наука», 2008.- 409 с.
5. Эткин В.А. Параметры пространственной неоднородности неравновесных систем. ([viXra:1205.0087](https://arxiv.org/abs/1205.0087)).
6. С.де Гроот, П. Мазур. Неравновесная термодинамика.- М.: Мир, 1964.
7. Эткин В.А. О единстве законов преобразования энергии. // Вестник Дома Ученых Хайфы, 2012.- Т.27. С.2-9.

<sup>1)</sup> Установление подобных соотношений Л. Онзагером для необратимых процессов послужило основой для присуждения ему в 1968 г. Нобелевской премии.

8. *Эткин В.А.* К термодинамике ориентируемых систем. ([http://samlib.ru/e/etkin\\_w\\_a/shtml](http://samlib.ru/e/etkin_w_a/shtml)). 14.08.2009.
9. *Эткин В.А.* Термокинетика (термодинамика неравновесных процессов переноса и преобразования энергии. Тольятти, 1999, 228 с.
10. *Базаров И.П.* Термодинамика. Изд.4-е. - М., Высшая школа, 1991.
11. *Сычев В.В.* Сложные термодинамические системы. - М.: Энергоатомиздат, 1986.
12. *Эткин В.А.* Парциальные энергии и принцип ее аддитивности. (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13997.html>). 02.10.2014.
13. *Эткин В.А.* Синтез основ инженерных дисциплин. – Lamb. Acad. Publ., 2011. 290 s.
14. *Эткин В.А.* Работа упорядоченная и неупорядоченная. ([http://samlib.ru/e/etkin\\_w\\_a/rabota.shtml](http://samlib.ru/e/etkin_w_a/rabota.shtml)). 09.08.2010.
15. *Эткин В.А.* О смысле векторного потенциала. (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12770.html>). 3.04.2013.
16. *Эткин В.А.* О физическом смысле токов смещения. (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13720.html>).
17. *Эткин В.А.* К термодинамике ориентируемых систем. ([http://samlib.ru/e/etkin\\_w\\_a/kenergodinamikeorientirujemyhsistem.shtml](http://samlib.ru/e/etkin_w_a/kenergodinamikeorientirujemyhsistem.shtml)). 25.09.2009.
18. *Эткин В.А.* Теоретический вывод закона Кулона. (<http://vixra.org/abs/1408.0009>).
19. *Эткин В.А.* Закон Био-Савара-Лапласа как следствие энергодинамики (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13705.html> от 16.04.2014).
20. *Эткин В.А.* Нерелятивистский вывод выражения силы Лоренца. // Доклады независимых авторов, 2013. – Вып. 23.- С.162-165.
21. *Эткин В.А.* Альтернативная форма обобщенных законов переноса. //ИФЖ , 1999. Т.72. №4. С.775-782.).
22. *Эткин В.А.* Соотношения взаимности обратимых процессов. //Сиб. физ. – техн. журн., 1993. – Вып.1. – С. 2117...2121.
23. *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М. Наука, 1972.
24. *Эткин В.А.* Продольные волны как следствие уравнений Максвелла. (<http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13093.html>). 25.09.2013.
25. *Эткин В.А.* О физическом смысле токов смещения (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13720.html>).
26. *Эткин В.А.* Описывает ли вектор Пойнтинга поток электромагнитной энергии? (<http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12299.html>). 18.10.2012.
27. *Эткин В.А.* Описывают ли уравнения Максвелла электромагнитное поле? (<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12201.html>). 2.09.2012.
28. *Эткин В.А.* О неэлектромагнитной природе света. (<http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/110306225852.pdf>•Физика 06.03.2011.