

КАК РАБОТАЕТ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

В.А. Эткин

Институт интегративных исследований (Израиль)

v_a_etkin@bezeqint.net

АННОТАЦИЯ

На основе более общего выражения закона сохранения энергии в неоднородных токонесящих системах выявлена ошибочность распространенного мнения, будто магнитное поле не совершает работы. Показано, что магнитные силы и их моменты совершают два вида работ, соответствующих поступательному и вращательному движению зарядов, а их скорости играют роль векторных потенциалов этих полей. Найдены соответствующие им «продольная» и «вихревая» составляющие магнитного поля и вскрыта ошибочность трактовки их изопотенциальных линий как силовых. Обсуждается некорректность ряда связанных с этим понятий, в том числе несостоятельность попыток материализации силовых полей, и прогнозируются аналогичные магнетизму силовые эффекты при вращательном движении немагнитных материалов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Принято считать, что «магнитное поле, в противоположность электрическому, не производит работы над движущимися в нем зарядами, так как действующая на заряд сила перпендикулярна к его скорости» [1]. Поскольку же в замкнутых контурах иных движущих сил, кроме исходящих от магнитных полей, не существует, то базирующаяся на уравнениях Максвелла электродинамика [2] не может дать вразумительного ответа на вопрос, какие же силы работают, например, в электромагнитных подъемниках и вращающихся электрических машинах?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходима теория, способная устранить существующее размежевание механики и термодинамики, гидро-аэродинамики и электродинамики, которые оперируют только внешней либо внутренней или только свободной энергии, и дать единое описание законов переноса и преобразования любых форм энергии с любыми видами работ, совершаемых ими (упорядоченными и неупорядоченными, внешними и внутренними, механическими и немеханическими, полезными и диссипативными). Такая теория, именуемая энергодинамикой [3], была разработана лишь в 2008 году и апробирована путем вывода основных принципов, законов и уравнений всех упомянутых выше дисциплин. Эта междисциплинарная теория скорости и производительности реальных процессов изменила многие представления о процессах, происходящих в токонесящих системах, устранив и странное размежевание электромеханики [4] с теорией электромагнитного поля Максвелла [2]. Задачей настоящей статьи является демонстрация того, каким образом совершает магнитное поле полезную работу и насколько оправданы многие расхожие представления о физической природе происходящих в токонесящих системах процессах.

2. Особенности описания токонесущих систем с позиции энергодинамики

Все без исключения полевые теории, сталкиваясь с проблемой бесконечного числа степеней свободы сплошных сред, решают ее путем их разбиения на бесконечное число элементарных объемов, которые с достаточной точностью считать однородными. Наиболее отчетливо этот прием сформулирован в гипотезе локального равновесия И. Пригожина [5], которая предполагает наличие в таких элементах равновесия (несмотря на отсутствие необходимого и достаточного его признака – прекращения каких бы то ни было макропроцессов), достаточность их описания тем же набором переменных, что и в равновесии (несмотря на наличие при этом градиентов любых интенсивных величин) и возможность применения к ним всех уравнений классической физики (несмотря на неизбежный переход их в неравенства). Делается это с очевидной целью – исключить из рассмотрения внутренние процессы, протекающие в пространственно неоднородных средах, что позволяло бы применить привычный аппарат механики, оперирующий понятиями внешних по отношению к изучаемому объекту сил и моментов [6]. К этому же приему прибегает и электродинамика, которая рассматривает в качестве объекта исследования единичный объем диэлектрика или магнетика, а процессы в любой его части – однородными [7].

Между тем в любой неоднородной системе, где локальная плотность $\rho_i = \partial\Theta_i/\partial V$ любой экстенсивной величины $\Theta_i = \int \rho_i dV$ (массы M , энтропии S , заряда Q , числа молей k -х веществ N_k , импульса P , его момента L и т.п.) не равна ее среднему значению $\bar{\rho}_i = \Theta_i/V$, всегда имеются области, в которых процессы протекают в противоположном направлении. Действительно, в силу очевидного равенства $\int \rho_i(\mathbf{r}, t) dV = \int \bar{\rho}_i dV = \Theta_i$ имеем:

$$\int [\rho - \bar{\rho}] dV = 0. \quad (1)$$

Интеграл (1) при $\rho \neq \bar{\rho}$ обращается в нуль только в том случае, когда отклонения $\rho - \bar{\rho}$ в различных частях системы имеют противоположный знак и взаимно компенсируются. Применительно к токонесущим системам это означает наличие в них токов противоположного направления, что приводит к возникновению в них крутящих моментов, не учтенных в уравнениях Максвелла.

Учет этого важнейшего положения, названного в энергодинамике «*принципом противонаправленности процессов*» [8], требует введения специфических параметров пространственной неоднородности исследуемых систем. Чтобы найти их, обратим внимание на положение центра какой-либо экстенсивной величины Θ_i , определяемого его радиус вектором $\mathbf{r}_i = \Theta_i^{-1} \int \rho_i \mathbf{r} dV$, где \mathbf{r} - бегущая (эйлерова) пространственная координата (рис. 1). Как следует из рисунка, при отклонении распределения Θ_i от равномерного с плотностью $\bar{\rho}_i(t)$ некоторое количество этой величины Θ_i^* переносится из одной части системы в другую в направлении, указанном стрелкой. Такое «перераспределение» экстенсивной величины Θ_i вызывает смещение центра этой величины \mathbf{R}_i из первоначального положения \mathbf{R}_{i0} в текущее \mathbf{R}_i . Сопоставляя это положение в текущем (неравновесном) и исходном (однородном) состоянии $\mathbf{R}_{i0} = \Theta_i^{-1} \int \bar{\rho} \mathbf{r} dV$, найдем, что отклонение системы от

равновесия сопровождается смещением ее центра \mathbf{R}_i и образованием некоторого «момента распределения» параметра Θ_i

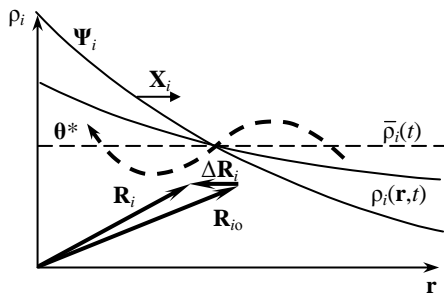


Рис. 1. К образованию момента распределения.

$$\mathbf{Z}_i = \Theta_i \Delta \mathbf{R}_i = \int (\rho_i - \bar{\rho}) \mathbf{r} dV, \quad (2)$$

где $\Delta \mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i0}$ – плечо момента \mathbf{Z}_i , названное нами «вектором смещения» [4,8].

Такие моменты возникают при перераспределении любых экстенсивных параметров. Их введение позволяет выразить количественно отклонение системы в целом от равновесия любого рода (термического, механического, материального и т.п.). Полный дифференциал момента \mathbf{Z}_i в общем случае может быть

разложен на три независимых составляющие:

$$d\mathbf{Z}_i = \mathbf{R}_i d\Theta_i + \Theta_i d\mathbf{r}_i + d\boldsymbol{\theta}_i \times \mathbf{Z}_i, \quad (3)$$

где $\Delta R_i \equiv |\Delta \mathbf{R}_i|$ – модуль вектора смещения; $\Delta \mathbf{r}_i = \mathbf{e}_i \Delta r_i$ – вектор смещения центра величины Θ_i в направлении единичного вектора (орта) \mathbf{e}_i ; $\boldsymbol{\theta}_i$ – пространственный (эйлеровый) угол, характеризующий ориентацию вектора \mathbf{Z}_i .

Это означает, что любая i -я форма энергии \mathcal{E}_i любого независимого компонента или фазы неравновесной системы, обладающая специфическим материальным носителем Θ_i , может совершать не один, а три вида работ, осуществляемых либо путем *ввода* энергоносителя Θ_i через границы системы извне без нарушения ее однородности ($d\Theta_i \neq 0$; $\Delta \mathbf{r}_i = 0$); либо путем его *перераспределения* между различными частями одной и той же системы ($d\Theta_i = 0$, $d\mathbf{r}_i \neq 0$), либо путем *переориентации* векторов смещения $\Delta \mathbf{R}_i$, ($d\mathbf{e}_i \neq 0$; $\Delta \mathbf{r}_i = 0$). К первой группе относятся процессы электризации системы (ввода в нее заряда Q), которые подобны термодинамическим процессам равновесного теплообмена, объемной деформации, массообмена и т.п. [9]; ко второй – процессы поляризации вещества в самом широком понимании этого термина как создания в нем пространственной неоднородности [3], к третьей – процессы упорядочивания ориентации диполей веществ или вращения систем с анизотропией каких-либо свойств [8]. Тем самым \mathcal{E}_i является в общем случае функцией трех независимых аргументов Θ_i , \mathbf{r}_i и $\boldsymbol{\theta}_i$, т.е. $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_i(\Theta_i, \mathbf{r}_i, \boldsymbol{\theta}_i)$, а полный дифференциал полной энергии системы как их суммы $\mathcal{E} = \sum_i \mathcal{E}_i$ может быть представлен в форме тождества [4]:

$$d\mathcal{E} \equiv \sum_i \bar{\psi}_i d\Theta_i - \sum_i \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i - \sum_i \mathbf{M}_i \cdot d\boldsymbol{\theta}_i. \quad (4)$$

Здесь $\bar{\psi}_i \equiv (\partial \mathcal{E} / \partial \Theta_i)$ – усредненные по объему скалярные обобщенные потенциалы ψ_i (абсолютная температура T и давление p , химические потенциалы k -х веществ μ_k , их электрические ϕ и гравитационные ψ_g потенциалы, их поступательные \mathbf{v}_i и вращательные $\boldsymbol{\omega}_i$ локальные скорости и т.п.); $\mathbf{F}_i \equiv - (\partial \mathcal{E} / \partial \mathbf{r}_i)$ – силы в их обычном понимании; $\mathbf{M}_i \equiv - (\partial \mathcal{E} / \partial \boldsymbol{\theta}_i)$ – их моменты.

В отличие от других дисциплин, тождество (4) определяет полную энергию системы \mathcal{E} как наиболее общую функцию состояния, характеризующую ее способность совершать любую из упомянутых выше работ, число аргументов которой равно числу независимых процессов, протекающих в исследуемой системе.

Представляя собой результат совместного определения «сопряженных» параметров $\bar{\psi}_i$ и Θ_i , \mathbf{F}_i и \mathbf{r}_i , \mathbf{M}_i и $\boldsymbol{\theta}_i$ оно сохраняет характер тождества независимо от того, чем

вызвано изменение этих параметров: внешним энергообменом ($d\mathcal{E} \neq 0$) или внутренними (в том числе релаксационными) процессами ($d\mathcal{E} = 0$)¹⁾. Оно является на сегодняшний день наиболее общим и в то же время наиболее детальным выражением закона сохранения энергии, поскольку в число его слагаемых входят не только все формы энергии, но и все мыслимые виды работ, совершаемых ими. Все это делает тождество (4) уникальным средством верификации теорий, основанных на постулатах и модельных представлениях частного характера.

3. Работа ввода заряда и импульса в токонесущие системы

Рассмотрим токонесущую систему, располагающую как электростатической, так и электрокинетической (магнитной) формой энергии. Подобно механической системе, носителем электростатической энергии в ней является неподвижный заряд системы $Q = \int \rho_e dV$ с плотностью ρ_e , а электрокинетической – его импульс $\mathbf{J}_e = \Theta_e \bar{\mathbf{v}}_e$, именуемый током, где $\bar{\mathbf{v}}_e$ – средняя скорость движения заряда. Подобно механическому импульсу, последний может быть разложен на две независимые составляющие, соответствующие поступательной $\mathbf{w}_e = d\mathbf{R}_e/dt$ и вращательной $\boldsymbol{\omega}_e \equiv d\boldsymbol{\theta}_e/dt$ компоненте скорости \mathbf{v}_e :

$$\mathbf{v}_e \equiv d\mathbf{r}_e/dt = \mathbf{w}_e + \boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{r}. \quad (5)$$

Соответственно и \mathbf{J}_e раскладывается на импульс поступательного движения, именуемый током $\mathbf{I} = Q \bar{\mathbf{w}}_e$ с плотностью $\mathbf{I}_v = \rho_e \bar{\mathbf{w}}_e$, и на момент количества вращательного движения $\mathbf{L} = Y \bar{\boldsymbol{\omega}}_e$ с плотностью $\mathbf{L}_v = Y_v \bar{\boldsymbol{\omega}}_e$, где Y_v – плотность момента инерции заряда системы Y .

В таком случае потенциал электростатической формы энергии $\bar{\varphi} \equiv (\partial\mathcal{E}/\partial Q)$ в соответствии с (4) будет иметь смысл усредненного электрического потенциала системы $\varphi(\mathbf{r})$, а потенциал электрокинетической формы энергии – смысл соответственно усредненной скорости внутреннего поступательного движения заряда системы $\bar{\mathbf{w}}_e \equiv (\partial\mathcal{E}/\partial \mathbf{I})$ и его внутреннего вращения $\bar{\boldsymbol{\omega}}_e \equiv (\partial\mathcal{E}/\partial \mathbf{L})$ [10]. При этом члены 1-й суммы тождества (4) приобретут смысл элементарной работы ввода заряда dW_e' и импульса dW_v' :

$$dW_e' = \bar{\varphi} dQ; \quad dW_v' = \bar{\boldsymbol{\omega}}_e d\mathbf{L}_e. \quad (6)$$

Эта работа аналогична той, которая совершается в процессе ввода k -го веществ с химическим потенциалом μ_k в количестве N_k молей $dW_v' = \mu_k dN_k$, или работе объемной деформации системы $dW_v' = p dV$, что равноценно вводу в область с давлением p дополнительного объема dV . К этой же категории относится в принципе и теплообмен, состоящий в пополнении энтропии системы S как меры импульса хаотического движения в системе [3]. В электродинамике такого рода работа, выражающаяся в «пополнении» импульса упорядоченного движения заряда в ней, обычно вообще не рассматривается.

¹⁾ Естественно, что в последнем случае слагаемые (4) уже не выражают внешний энергообмен, как это имело место в обратимых процессах.

4. Поступательная и вращательная скорость зарядов как векторные магнитные потенциалы

Выясним теперь связь моментов распределения зарядов $\mathbf{Z}_e = Q\Delta\mathbf{r}_e$ и токов $\mathbf{Z}_m = \mathbf{J}_e\Delta\mathbf{r}_m$ с векторами электрической и магнитной индукции \mathbf{D} и \mathbf{B} . Если отнести эти моменты, как и векторы \mathbf{D} и \mathbf{B} , к системе единичного объема, и отбросить индексы при $\Delta\mathbf{r}_e$, излишние в данной ситуации, то $d\mathbf{Z}_{ev} = \rho_e d\mathbf{r}$ и

$$\nabla \cdot \mathbf{Z}_{ev} = \rho_e; \quad (7)$$

Поскольку $\nabla \cdot \mathbf{D}$ также равна ρ_e [7], то момент \mathbf{Z}_{ev} имеет тот же смысл, что и вектор электрического смещения (индукции) \mathbf{D} . Иное дело \mathbf{Z}_{mv} , который представляет собой внешнее произведение двух векторов \mathbf{j}_e и $\Delta\mathbf{r}_m$, т.е. является тензором 2-го ранга. Следовательно вектор магнитной индукции \mathbf{B} также является тензором 2-го ранга, а его дивергенция

$$\nabla \cdot \mathbf{Z}_{mv} = \nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{j}_e, \quad (8)$$

т.е. не обращается в нуль, как это постулировано уравнениями Максвелла [2]. Это означает, что магнитное поле также имеет источники (токи), а поле \mathbf{B} может быть представлено, как и всякий тензор 2-го ранга, скаляром, равным трети следа тензора, вектором его симметрической части с 5-ю компонентами, и вихревым вектором, эквивалентным его антисимметрической части [10]. Иными словами, магнитное поле не является чисто вихревым, как это полагал Максвелл.

Выясним теперь связь между векторным магнитным потенциалом \mathbf{A} , введенным Максвеллом [2] формально-математическим путем, и скоростью $\bar{\omega}_e$ вращения заряда. Рассмотрим с этой целью произвольную систему, в которой молекулярные токи образуют замкнутые структуры типа электрических контуров. Представим $Q\bar{\omega}_e$ в виде суммы импульсов поступательного $\mathbf{J}_e = Q\bar{\omega}_e$ и вращательного $\mathbf{L}_v = Y_v\bar{\omega}_e$ движения заряда. Для наглядности рассмотрим длинный однослойный соленоид радиусом r , по обмотке которого течет ток \mathbf{J}_e с плотностью $\mathbf{j}_e = \rho_e \bar{\omega}_e$. Тогда $\mathbf{L}_e = \int \omega_e \rho_e dV = \int (\mathbf{j}_e/r) dV$, а сопряженным с ним потенциалом оказывается угловая скорость вращения заряда $\bar{\omega}_e$ [11]:

$$\bar{\omega}_e \equiv (\partial \mathcal{E} / \partial \mathbf{L}_e) = Q^{-1} \int (\mathbf{j}_e/r) dV. \quad (9)$$

Сопоставляя (6) с известным выражением векторного магнитного потенциала [7]:

$$\mathbf{A} = (\mu_0/4\pi) \int (\mathbf{j}_e/r) dV, \quad (10)$$

находим, что средняя скорость вращения заряда $\bar{\omega}_e = \mathbf{A}/Q$, т.е. представляет собой удельную (отнесенную к единице заряда) величину векторного магнитного потенциала, отличающаяся от него по величине только множителем $\mu_0/4\pi$, где μ_0 – магнитная проницаемость среды. Это означает, что величина \mathbf{A} , определяемая выражением (8), не может претендовать на роль обобщенного потенциала $\bar{\psi}_i$, поскольку все такого рода величины являются интенсивными параметрами. Таким образом, истинным векторным потенциалом электрокинетической формы энергии является угловая скорость вращения зарядов $\bar{\omega}_e$.

Как и векторный потенциал \mathbf{A} , угловая скорость $\bar{\omega}_e$ направлена вдоль так называемых силовых линий магнитного поля, что иллюстрируется рис.2. Это обстоятельство

вскрывает несостоятельность традиционной (фарадеевской) интерпретации линий, обра-

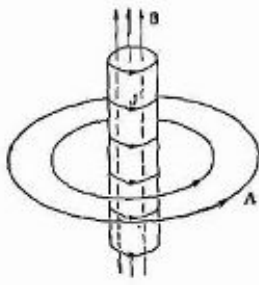


Рис.2. Поле соленоида

зованных железными опилками вокруг проводника с током, как линий указывающих действие магнитного силового поля. Отсюда – представление о них как о неких материальных образованиях, которые могут упруго изгибаться, растягиваться и даже «отшнуровываться» [3]. Если бы это было так, плавающие опилки непременно пришли бы в движение в указанном направлении. Как оказывается, в действительности это линии постоянного векторного потенциала, роль которого играет угловая скорость вращения заряда $\bar{\omega}_e$, а не экстенсивная величина A .

Именно поэтому физический смысл этого потенциала так долго оставался неясным, вызывая разногласия мнений как относительно правомерности и целесообразности его введения в инструментарий электродинамики, так и самого факта его существования [7]. Тогда становится понятным и то, почему эдс индукции наводится только тогда, когда пересекаются изопотенциальные линии этого поля, т.е. изменяется его потенциал.

5. Крутящие моменты сил Лоренца

Для токонесущих систем характерна еще одна категория работ, выражаемая членами 3-й суммы (4):

$$dW_e''' = \mathbf{M}_e \cdot d\theta_e, \quad (11)$$

Эта работа совершается крутящими моментами $\mathbf{M}_e = \mathbf{F}_m \times \Delta \mathbf{r}_e$ магнитных сил \mathbf{F}_m и состоит в упорядочивании ориентации контуров с током относительно направления магнитного поля (их эйлераго угла θ_e). В конкретном случае прямоугольной рамки с током (рис.3) это происходит благодаря противоположной направленности токов \mathbf{I}_e в его верхней и нижней ветви и магнитных составляющих сил Лоренца $\mathbf{F}_1 = \mathbf{I}_e \times \mathbf{B} = -\mathbf{F}_2$.

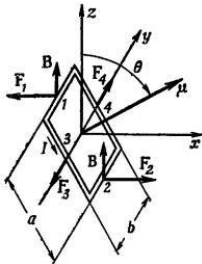


Рис.3. Рамка с током в магнитном поле

Подобные пары сил и совершают работу вращения различных электротехнических устройств. Таким образом, энергодинамика дополняет электродинамику Максвелла предсказанием способности магнитного поля совершать не один, а три вида работ, описываемых тремя суммами ее тождества (4). Чтобы выяснить происхождение крутящих моментов, обратим внимание на чрезвычайно важное дополнение уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt, \quad (12)$$

(10), состоящее в замене частной производной $(\partial \mathbf{B} / \partial t)$ на полную $d\mathbf{B}/dt$. Благодаря этому в ней появилось слагаемое $(\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{B}$, в котором скорость зарядов \mathbf{v}_e может быть разложена на поступательную $\mathbf{w}_e = d\mathbf{R}_e/dt$ и вращательную $\boldsymbol{\omega}_e$ составляющие (5). Первая из них обуславливает так называемую «продольную» составляющую магнитного поля \mathbf{B} , ответственную за возникновение сил притяжения и отталкивания постоянных магнитов и электромагнитов с совершением при этом работы $dW_{mv}'' = \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$, другая – за возникновение крутящих моментов $\mathbf{M}_e = \text{rot}(\mathbf{B} \times \mathbf{r}_e)$, которые и совершают работу $dW_e''' = \mathbf{M}_e \cdot d\theta_e$ (9). Эта работа ответственна, в частности, и за процесс намагничивания ферромагнетиков, который состоит в изменении угла ориентации θ_e от-

дельных токовых контуров атомарных, спиновых или любых других токов таким образом, чтобы выстроить их в одном направлении. Никаких воображаемых «магнитных масс», «магнитных зарядов» или каких-либо иных специфических «носителей магнетизма» для этого не требуется.

6. Обсуждение результатов

Как показано выше, многих трудностей понимания электродинамики можно избежать, если придерживаться методологически единого построения электродинамики на основе механики поступательного и вращательного движения тел или зарядов. При таком подходе становится ясным, что поступательное движение заряда порождает потенциальное (продольное), а его вращательное движение - вихревое магнитное поле. Согласно тождеству (4), оба эти поля скоростей становятся силовыми только тогда, когда в них появляется неоднородность в распределении импульса этих форм движения заряженных частиц [4]. Так подтверждается один из главных выводов энергодинамики, согласно которому любые силовые поля порождены не массами, зарядами и токами самими по себе, а их неравномерным распределением.

Скалярные, векторные и тензорные поля были и остаются только функциями распределения потенциалов в пространстве, а их напряженности определяются их градиентами, которые удобно вектору-градиенту скорости $\text{Grad}v_e$, могут быть разложены на потенциальную и вихревую составляющую. Необходимость существования такого потенциала у движущихся зарядов была ясна еще Амперу [13], и его «следовало бы искать в виде $\mathbf{H} = -\nabla\phi$ » [1, с.156]. Остается лишь сожалеть, что приписывание магнитному полю чисто вихревых свойств задержало обнаружение их безвихревой (продольной) составляющей более чем на столетие [14].

Подход с позиций энергодинамики опровергает расхожее мнение, будто магнитное поле не совершает работы. Напротив, обнаруживается, что это поле совершает не один, а три вида работ dW_e' , dW_{mv}'' и dW_e''' , причем в последнем случае ее производит момент сил Лоренца. Попутно выясняется также, что фарадеевские «силовые линии» представляют собой в действительности изопотенциальные линии магнитного поля. Это объясняет, почему работа совершается только при пересечении этих линий.

Придание векторному магнитному потенциалу \mathbf{A} и его производной $\partial\mathbf{A}/\partial t$ простого смысла угловой скорости заряда и его ускорения лишает оснований стремление электро-механиков избегать его применение [4]. В то же время становится более понятным их отказ от использования выражения электродвижущей силы Максвелла [2, §598]:

$$\mathcal{E} = \oint (-\nabla\phi - \partial\mathbf{A}/\partial t + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) d\mathbf{l}, \quad \text{Дж/Кл} \quad (13)$$

где $d\mathbf{l}$ – векторный элемент длины замкнутого электрического контура.

Становится очевидным, что в стационарном процессе циркуляции заряда не участвует не только величина $\partial\mathbf{A}/\partial t$, но и градиент потенциала $\nabla\phi$, круговой интеграл от которого всегда обращается в нуль, а также и сила Лоренца $\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}$, поскольку последняя всегда нормальна к направлению его движения. Тем самым выражение (13) оставляет фактически открытым вопрос о реальных силах, действующих на рамку с током. Не выдерживает критики и само применение термина «электродвижущая сила» к величине \mathcal{E} , имеющей

смысл работы переноса единичного заряда в круговом процессе. Все это увеличивает и без того обширный список паралогизмов теории электромагнетизма Максвелла [15].

Литература

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц, Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982, с.166.
- [2] Дж. К. Максвелл, Трактат по электричеству и магнетизму. – М.: Наука, 1989, Т.1,2.
- [3] В.А. Эткин, Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии). - СПб., «Наука», 2008. – 409 с.
- [4] К.М. Поливанов, Электродинамика движущихся тел.- М.: Энергоиздат, 1982.
- [5] И. Пригожин, Введение в термодинамику необратимых процессов. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960, 128 с.
- [6] Л.И. Седов, Механика сплошной среды. Т.1.- М.: Наука, 1970 г. , 492 с. Лойтянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М., Наука, 1978. 736 с.
- [7] Р.П. Фейнман, Р. Б.Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике. Т.6., М.: Мир, 1977.
- [8] В.А. Эткин, Принцип противонаправленности процессов.
<http://www.sciteclibrary/catalog/pages/12063.html> . 9.06.2012.
- [9] И.П. Базаров, Термодинамика. Изд. 4–е. - М.: Высшая школа, 1991.
- [10] И. Дьярмати, Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. – М.: Мир, 1974
- [11] В.А. Эткин, О смысле векторного магнитного потенциала. // Вестник Дома Ученых Хайфы, 2014.-Т.34. С. 7-13.
- [12] И.Е. Тамм, Основы теории электричества. Т.2. - М., Гостехиздат, 1934.
- [13] А. М. Ампер, Электродинамика. - М.: АН СССР, 1954.
- [14] Г.В. Николаев, Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы.-Томск.1997. 144 с.
- [15] В.А. Эткин, Коррекция электродинамики с позиций энергодинамики. // Доклады независимых авторов. 2015. – Вып. 34. С.193...203.