

Energodynamic Substantiation of the Principle Least Action

V. A. Etkin, D-r Tech. Sc., Prof.
Integrative Research Institute, Haifa, Israel
E-mail address: v_a_etkin@bezeqint.net

ABSTRACT

It is shown that the absence of a justification for the principle of least action is due to attempts to do this on the basis of the mechanics of conservative systems. It is proposed to substantiate it from the most general positions of energodynamics as the nonequilibrium thermodynamics of multivariant energy-transforming systems, which for the first time introduced specific parameters of the spatial inhomogeneity of such systems as a measure of their deviation from equilibrium. With this approach, the principle of least action becomes a consequence of the aspiration of such systems to equilibrium and the ensuing condition of a minimum moment of momentum distribution in an inhomogeneous velocity field, i.e. work required to maintain the moving system in a stationary nonequilibrium state throughout the process. This determines the validity of this principle for non-conservative systems and for all forms of energy, which greatly expands the scope of its applicability and makes it a universal tool for analyzing real processes.

Keywords: the principle of least action, nonequilibrium systems, dissipation and work "against balance", criteria of equilibrium and stationarity, parameters of heterogeneity, evolution and involution

ЭНЕРГОДИНАМИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИНЦИПА НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

В.А /Эткин, д.т.н., проф.

Институт интегративных исследований (Израиль)

v_a-etkin@bezeqint.net

Аннотация

Показано, что отсутствие обоснования принципа наименьшего действия (ПНД) обусловлено попытками сделать это на основе механики консервативных систем. Предложено его обоснование с наиболее общих позиций энергодинамики как неравновесной термодинамики поливариантных энергопреобразующих систем, которая впервые ввела в обиход специфические параметры пространственной неоднородности таких систем как меру их отклонения от равновесия. При таком подходе ПНД становится следствием стремления таких систем к равновесию и вытекающего отсюда условия минимума момента распределения импульса в неоднородном поле скоростей, т.е. работы, требуемой для поддержания движущейся системы в стационарном неравновесном состоянии в течение всего процесса. Это обуславливает справедливость этого принципа для неконсервативных систем и любых форм энергии, что значительно расширяет сферу его применимости и делает его универсальным инструментом анализа реальных процессов.

Ключевые слова: принцип наименьшего действия; неравновесные системы; диссипация и работа «против равновесия»; критерии равновесия и стационарности; параметры неоднородности, эволюция и инволюция.

1. Введение.

История установления принципа наименьшего действия восходит к тому периоду в развитии естественных наук, когда еще не существовало таких понятий как сила, импульс силы, работа, мощность, энергия, да и само понятие «действия» было неопределенным. и закон ее сохранения. Впервые этот принцип сформулировал Мопертюи (*P. Maupertuis*) в 1744 году, исходя из теологических представлений того времени о том, что все происходящие в природе процессы происходят с определенной целью и протекают наиболее рациональным (экономным) путем [1]. Лишь спустя довольно значительное время усилиями математиков (Л. Эйлера [2], Ж. Лагранжа [3] и др.) этот принцип приобрел конкретное аналитическое выражение, которое на современном языке соответствует утверждению что *для действительного пути материальной точки в консервативном силовом поле интеграл от импульса частицы, взятый по отрезку траектории между какими-либо двумя ее точками, минимален по сравнению с такими же интегралами, взятыми по отрезкам других кривых.*

Эта и другие формулировки названного принципа исходили не из физического смысла «действия» или из каких-либо фундаментальных законов естествознания, а базировались скорее на убеждении в рациональности законов природы, по которым она сама ставит перед собой цели и находит наиболее простые средства для их достижения. Так, Лаплас считал, что «истинная цель природы есть экономия живой силы» (т.е., в современной терминологии, работы). Этой же точки зрения придерживался и Лагранж, который считал, что этот принцип «с бóльшим основанием следовало бы назвать принципом экстремальной живой силы» [3].

Первым, кто придал принципу наименьшего действия статус общего закона механики, был Г. Гельмгольц [4]. Сохранив существо принципа, он, в отличие от других исследователей, взял в качестве исходной, первичной величины лагранжеву функцию состояния объекта исследования L как разность между его кинетической E^k и потенциальной $E^п$ энергией. Эта функция выражалась через обобщенные координаты $\mathbf{r}_i(t)$ и импульсы $\mathbf{p}_i(t)$ всех N частиц системы ($i=1,2,\dots,N$), рассматриваемых как функции времени, что делало лагранжиан $L[\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, t]$ также функцией времени t . В соответствии с этим принцип наименьшего действия стал записываться в виде требования минимальности некоторого функционала

$$\hat{S}(t) = \int L[\mathbf{r}_i(t), \mathbf{p}_i(t)] dt = \min. \quad (1)$$

Из свойств экстремума этой функции Гельмгольцу удалось вывести законы движения целого ряда систем. Постепенно его идея «находить формулировки для законов новых классов явлений» [4] и возможность вывести все основные законы классической физики из одной-единственной математической конструкции, именуемой действием, сделала этот метод одним из самых широко используемых и наиболее важных физических принципов. Так, М. Планк считал этот принцип «высшим физическим законом» [5], более универсальным, чем принцип сохранения энергии-импульса [6, с. 85]. А. Эйнштейн считал, что общую теорию относительности можно разработать на основе только этого вариационного принципа [7, с. 524]. По мнению Р. Фейнмана, даже фундаментальная взаимосвязь между законами симметрии и сохранения, установленная Э. Нётер, базируется на принципе минимума действия [8, с. 93]. В умелых руках физиков и математиков этот принцип с успехом применялся не только в механике, но и в большинстве разделов теоретической физики [9]. Сегодня экстремальные принципы, близкие к ПНД, играют заметную роль в областях знания, не связанных ни с механическим движением, ни с геометрией, ни с понятием «действие», в том числе в биологии, теории информации и задачах оптимального управления.

Тем не менее до настоящего времени не увенчались успехом не только попытки вывести ПНД, исходя из общих принципов механики консервативных систем, но даже понять физический смысл функции Лагранжа. До сих пор этот принцип оперирует понятиями, более привычными для философов, нежели для естествоиспытателей. Не случайно мнение Р. Фейнмана, что по своей сути принцип наименьшего действия – принцип философский [10, с. 18].

Поэтому представляет интерес показать, что ПНД и не мог быть получен на основе механики консервативных систем, поскольку последняя имеет дело с внутренне равновесными системами и исключает из рассмотрения диссипативные процессы, приводящие установившиеся течения к состоянию, наиболее близкому к равновесию. Это становится вполне очевидным лишь с введением в неравновесную термодинамику недостающих экстенсивных параметров пространственной неоднородности, сопряженных с градиентами температур, давлений, химических, электрических и т.д. потенциалов так же, как сами эти потенциалы – с энтропией, объемом, числом молей k -х веществ, зарядом и т.п. Цель настоящей статьи – показать это наиболее наглядным образом.

2. Методология энергодинамического подхода к неравновесным системам

Особенности предлагаемого подхода проще всего излагать, исходя из единой теории процессов переноса и преобразования любых форм энергии, основы которой заложены в [11]. В прикладном плане эта теория представляет собой обобщение равновесной [12,13] и неравновесной [14...16] термодинамики сначала на нестатические процессы переноса различных форм энергии [17], а затем – и на реальные процессы их превращения [18]. Это позволило осуществить синтез термодинамики, гидродинамики и электродинамики с механикой, получив как ее следствия все их основные законы и уравнения [19], и обосновать единство законов преобразования тепловых и нетепловых форм энергии, развив на этой основе теорию подобия энергопреобразующих систем [20].

В методологическом отношении энергодинамика подобна классической термодинамике, которая базируется на принципах исключенного вечного двигателя, т.е. придерживается метода принципов и системного подхода, являющегося разновидностью дедуктивного метода исследования («от общего к частному»). Подобно классической термодинамике, энергодинамика оперирует параметрами системы в целом, рассматривая ее внутреннюю (собственную) энергию U как характеристическую функцию носителей различных ее i -х форм Θ_i (массы M , числа молей k -х веществ N_k , энтропии S , заряда Z ,

компонентов импульса \mathbf{P} , его момента \mathbf{L} и т.п.). Однако в противовес существующим теориям [14-16] она не опирается на гипотезу локального равновесия и не разбивает неоднородные системы на бесконечное множество условно однородных элементов объема. Вместо этого она вводит специфические параметры пространственной неоднородности таких систем в целом. Ими являются моменты распределения \mathbf{Z}_i параметров Θ_i как дополнительные характеристические функций состояния таких систем [21].

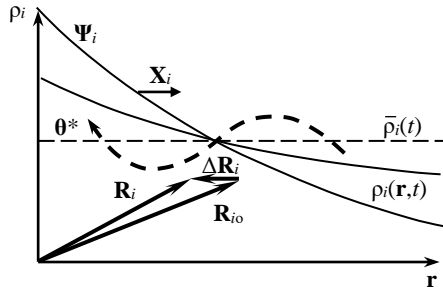


Рис. 1. К образованию момента распределения.

Чтобы понять их смысл, рассмотрим некоторую среду с непрерывно распределенной по её объёму V плотностью $\rho_i(\mathbf{r}, t) = \partial\Theta_i/\partial V$ любой экстенсивной величины Θ_i в произвольный момент времени t (рис. 1). Этому распределению соответствуют кривые $\rho_i(\mathbf{r}, t)$, которые представлены для наглядности в функции радиус-вектора точки поля \mathbf{r} .

Как следует из рисунка, при отклонении распределения Θ_i от однородного с плотностью $\bar{\rho}_i(t)$ некоторое количество этой величины Θ_i^* переносится из одной части системы в другую в направлении, указанном стрелкой. Такое её «перераспределение» вызывает смещение центра этой величины из первоначального положения \mathbf{R}_{i0} в текущее \mathbf{R}_i , определяемое известным образом:

$$\mathbf{R}_{i0} = \Theta_i^{-1} \int \bar{\rho}_i(t) \mathbf{r} dV; \quad \mathbf{R}_i = \Theta_i^{-1} \int \rho_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{r} dV. \quad (1)$$

Сравнивая эти два положения, находим, что состояние неоднородной системы характеризуется возникновением специфических «моментов распределения» \mathbf{Z}_i энергоносителей Θ_i [18]:

$$\mathbf{Z}_i = \Theta_i \Delta \mathbf{R}_i = \int_V [\rho_i(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}_i(t)] \mathbf{r} dV. \quad (2)$$

где $\Delta \mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i0}$ – отклонение центра величины Θ_i от её положения при равновесии, названное нами «вектором смещения»; \mathbf{r} – «бегущая» (эйлерова) координата точки поля; $i = 1, 2, \dots, n$ – число форм энергии в системе; t – время.

Положив $\mathbf{R}_{i0} = 0$, представим полную производную по времени от вектора смещения \mathbf{R}_i известным выражением:

$$d\mathbf{R}_i/dt \equiv \mathbf{v}_i = \mathbf{w}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{R}_i, \quad (3)$$

где $\mathbf{w} = d\mathbf{r}_i/dt = \mathbf{e} d|\mathbf{R}_i|/dt$ – поступательная составляющая скорости \mathbf{v}_i переноса центра величины Θ_i ; \mathbf{e} – единичный вектор в направлении этого переноса; $\boldsymbol{\omega}_i = d\varphi_i/dt$ – угловая скорость вращения вектора \mathbf{R}_i ; φ_i – пространственный угол его ориентации.

Отсюда непосредственно следует, что полная производная от момента распределения \mathbf{Z}_i любого энергоносителя Θ_i имеет смысл его импульса $\mathbf{P}_i = \Theta_i \mathbf{v}_i$, а его частная производная в условиях постоянства направления его переноса (угла ϕ_i) – смысл его потока

$$\mathbf{J}_i = (\partial \mathbf{Z}_i / \partial t)_\phi = \Theta_i \mathbf{w}_i. \quad (4)$$

От аналогичного термина в теории Онзагера J_i как производных по времени от неких параметров отклонения системы от состояния равновесия, эта величина отличается своим однозначным смыслом и векторной природой, что позволяет избежать отождествления его с понятием «расхода энергоносителя» или «обобщенной скорости» i -го процесса $d\Theta_i/dt$.

Будучи функцией трех независимых параметров Θ_i , \mathbf{r}_i и ϕ_i , момент распределения \mathbf{Z}_i может изменяться в ходе трех независимых процессов:

$$d\mathbf{Z}_i = \mathbf{r}_i d\Theta_i + \Theta_i d\mathbf{r}_i + d\phi_i \times \mathbf{Z}_i. \quad (5)$$

Первый из этих процессов обусловлен вводом в систему из окружающей среды энергоносителя Θ_i (массы, k -го вещества, заряда, объема, энтропии, импульса и т.п.) при сохранении их распределения по системе; второй – процесс их «перераспределения» по системе, т.е. ее «поляризации», понимаемой в самом общем смысле как создание в ней пространственной неоднородности; третий – процесс «переориентации» энергоносителя Θ_i (в том числе его вращения вместе с системой) [21].

Согласно доказанной в энергодинамике теореме, число независимых аргументов энергии U любой системы равно числу независимых процессов, протекающих в ней. Это означает, что любая i -я форма U_i энергии системы $U = \sum_i U_i$ как функция состояния системы имеет вид $U_i = U_i(\Theta_i, \mathbf{r}_i \text{ и } \phi_i)$, а полный дифференциал энергии системы dU может быть представлен в виде тождества [128,21]:

$$dU \equiv \sum_i \Psi_i d\Theta_i - \sum_i \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i - \sum_i \mathbf{M}_i \cdot d\phi_i, \quad (6)$$

где $\Psi_i \equiv (\partial U / \partial \Theta_i)$ – усредненные по системе значения ее обобщенных потенциалов (абсолютной температуры T и давления p , химического μ_k , электрического ϕ , гравитационного ψ_g и т.п. потенциала); $\mathbf{F}_i \equiv -(\partial U / \partial \mathbf{r}_i)$ – силы в их общефизическом понимании; $\mathbf{M}_i \equiv -(\partial U / \partial \phi_i)$ – моменты этих сил.

Тождество (5) обобщает понятие работы, позволяя различать три категории работы, совершаемой одной и той же i -й формой энергии: «работу ввода» энергоносителя $dW^b = \Psi_i d\Theta_i$ [18,21]; «полезную» (техническую) работу $dW^t = \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i$, и работу «переориентации» (вращения) системы $dW^r = \sum_i \mathbf{M}_i \cdot d\phi_i$.

Другим принципиально важным отличием энергодинамики является введение в термодинамику изначально чуждого ей понятия результирующей силы $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i$ в ее

классическом (ньютоновском) понимании. При этом энергодинамика обобщает это понятие, давая единое определение сил любой природы \mathbf{F}_i как градиента соответствующей формы энергии, взятого с обратным знаком. Тем самым вскрывается не только многообразие сил в природе, но и их единство [21]. Благодаря такому единству удастся осуществить синтез ряда технических дисциплин, изучающих динамику тех или иных процессов [18]. В частности, становится очевидной причина отсутствия понятия силы в равновесной термодинамике, где все \mathbf{Z}_i и $\mathbf{R}_i = 0$. Здесь же и «ключ» к пониманию смысла понятия «термодинамической» силы \mathbf{X}_i . Действительно, поскольку при $d\mathbf{R}_i = d\mathbf{r}_i$ тождество (6) принимает вид

$$dU \equiv \sum_i \Psi_i d\Theta_i - \sum_i \mathbf{X}_i \cdot d\mathbf{Z}_i, \quad (7)$$

то

$$\mathbf{X}_i \equiv -(\partial U / \partial \mathbf{Z}_i) = -\Theta_i^{-1} (\partial U / \partial \mathbf{r}_i) = \mathbf{F}_i / \Theta_i. \quad (8)$$

Отсюда следует, что так называемая «термодинамическая сила» X_i , не имеющая в НТД однозначного смысла, в энергодинамике представляет собой удельную силу \mathbf{F}_i в ее обычном понимании, и для «внутренних» сил обобщает понятие «напряженности» далекодействующих силовых полей (электрического, магнитного, гравитационного) на поля температур, давлений, химических и т.п. потенциалов, также выражаясь их отрицательными градиентами [18]. Достигаемая таким путем однозначность смысла термодинамической силы \mathbf{X}_i и потока \mathbf{J}_i в тождестве (6) устраняет известный произвол в их выборе на основе выражения «производства энтропии» dS/dt , обусловленный неоднозначным разбиением его на сомножители X_i и $J_i^{(1)}$. Это освобождает от необходимости составления громоздких уравнений баланса энтропии, используемых в ТНП для их нахождения [14,15]. Однако еще более важное значение имеет эта однозначность при нахождении критериев эволюции, равновесия и устойчивости термодинамических систем.

3. Энергодинамическая теория эволюции и устойчивости систем

Принципиальное отличие энергодинамики от равновесной и неравновесной термодинамики заключается в отказе от использования энтропии в качестве критерия равновесия и необратимости. С позиций теории эволюции, понимаемой как развитие систем, их усложнение и приобретение ими новых свойств, трудно найти более неудачный

¹⁾ В частности, только для процессов диффузии k -го вещества в многокомпонентных системах, разделенных мембраной или вентилем, ТНП допускает выбор в качестве движущих сил перепады концентрации этого вещества $-\Delta c_k$, его энтальпии $-\Delta h_k$, химического потенциала $-\Delta \mu_k$, или их отрицательные градиенты $-\nabla c_k$; $-\nabla h_k$; $-\nabla \mu_k$; а также их функции: $-\Delta(c_k/T)$ и $-\Delta c_k/T$; $-\Delta(h_k/T)$ и $-\Delta h_k/T$; $-\Delta(\mu_k/T)$ и $-\Delta \mu_k/T$; или их градиенты $-\nabla(c_k/T)$ и $-\nabla c_k/T$; $-\nabla(h_k/T)$ и $-\nabla h_k/T$; $-\nabla(\mu_k/T)$ и $-\nabla \mu_k/T$.

параметр для анализа ее проблем, нежели энтропия Р. Клаузиуса. Действительно, этот параметр остается, как известно, неизменным, когда система в целом удаляется от равновесия путем совершения над ней полезной (обратимой) работы dW^r . В отсутствие теплообмена эта энтропия может лишь возрастать, т.е. способна отражать лишь деградацию (инволюцию) системы, что и утверждает 2-й закон термодинамики. Именно это дало основание И. Пригожину заявить о «вопиющем противоречии 2-го начала с теорией эволюции биологических систем» [22].

Понимая это, многие исследователи пытаются подменить термодинамическую энтропию Р. Клаузиуса [13,14] статистико-механической энтропией Больцмана, имеющей смысл меры хаоса или придать энтропии еще более далекий смысл шенноновской меры неопределенности информации [13, 23], которые в принципе могут изменяться как в ту, так и в другую сторону. Однако ни та, ни другая не снимают отмеченного И. Пригожиным противоречия, поскольку имеют иной смысл и не связаны с понятием теплообмена и работы так, как энтропия Клаузиуса. Кроме того, возрастание энтропии отражает лишь следствие, а не причину необратимости. Она не указывает, в какой мере деградирует та или иная степень свободы системы, поскольку характеризует лишь общий итог «любой и всякой» необратимости. Наконец, энтропийные критерии эволюции не в состоянии отразить существование «частичного» (неполного) равновесия, характеризующегося прекращением лишь некоторых из протекающих в системе процессов. Известно, что равновесие никогда не наступает одновременно по всем степеням свободы поливариантной системы. Благодаря иерархии времен релаксации [24] сначала наступает равновесие какого-либо одного (i -го) рода, характеризующееся прекращением i -го процесса, затем – равновесие j -го рода и т.д. Однако принцип возрастания энтропии не может отразить эту особенность поливариантных систем. Даже в ТНП исчезновение любой из сил X_i еще не означает исчезновения сопряженного с ней потока J_i (т.е. прекращения i -го процесса), поскольку в соответствии с постулатом Онзагера каждый из них исчезает только при обращении в нуль всех действующих в системе термодинамических сил X_i [14,15].

Использование энтропии в качестве критерия необратимости было обусловлено исторически отсутствием в то время других координат, не подчиняющихся закону сохранения в изолированных системах, а также ограниченностью классической термодинамики равновесными процессами, для которых понятие силы $\mathbf{F}_i \equiv -(\partial U/\partial \mathbf{r}_i)$ лишено смысла ввиду $d\mathbf{r}_i = d\mathbf{R}_i = 0$. Между тем теория равновесия, впервые разработанная Лагранжем [3], базировалась на понятии силы. Согласно ей, механическая система находится в равновесии, если сумма работ всех сил при любом виртуальном перемещении

системы равна нулю. Казалось бы, и в термодинамике необратимых процессов (ТНП), также оперирующей понятием силы, условие равновесия следовало бы выражать через силы. Однако по этому естественному пути не пошла не только «квазитермодинамика» Л. Онзагера [25] и неравновесная термодинамика И. Дьярмати [15], основанные на вариационных принципах, но и «расширенная» необратимая термодинамика [16].

Вводя единообразно силы и их моменты как производные от энергии по соответствующим обобщенным координатам, энергодинамика исправляет это положение. При этом энтропия занимает подобающее ей место экстенсивной меры теплового движения, имеющей смысл «термоимпульса» (импульса частиц, утратившего векторную природу вследствие хаотичности теплового движения) и сопряженного с температурой так же, как механический импульс – со скоростью упорядоченного движения [18]. Момент ее распределения является одним из множества параметров Z_i характеризующих удаление системы в целом от равновесия данного рода. Производные от такого рода параметров по времени $J_i = dZ_i/dt$ в изолированных системах устанавливают скорость удаления системы от внутреннего теплового равновесия или приближения к нему. При этом энтропийный импульс $J_s = dZ_s/dt = Sv_s$, как и любой другой поток J_i , указывает на природу необратимого процесса и на скорость вызванной им диссипации энергии $\sum_j X_j \cdot J_i$, и на его непосредственную причину X_i . С этих позиций попытка неравновесной термодинамики применить энтропию в качестве критерия «любой и всякой» необратимости выглядит по меньшей мере странной.

Понятие термодинамической силы как интенсивной меры неравновесности, энергодинамика сближает термодинамическую теорию равновесия с механической. При этом критерием равновесия i -го рода становится, как обычно, обращение в нуль одноименной силы X_i , что в соответствии с тождеством (6) соответствует прекращению i -го процесса даже при наличии других, j -х сил X_j . Совершаемая при этом работа $dW^T = X_i \cdot dZ_i$ выражается 2-й суммой тождества (6) и расходуется не только на преодоление сил «рассеяния», но и на полезную работу «против равновесия» в других степенях свободы системы, что удаляет их от равновесия. Тем самым энергодинамика, в отличие от «псевдотермостатики» В.Томсона [26] и «квазитермодинамики» Л. Онзагера [25] не исключает из рассмотрения какую-либо (необратимую или обратимую) часть реальных процессов, что делает ее пригодной для любых неконсервативных систем.

Вместе с тем зависимость работы dW^T от характера процесса (сил рассеяния) делает ее зависящей от пути (характера) процесса и лишает dW^T свойств полного

дифференциала¹⁾, условия равновесия удобнее выражать непосредственно обращением в нуль соответствующего момента Z_i , характеризующего, как показано выше, удаление системы от в целом от внутреннего равновесия i -го рода. Это позволяет легко отличить эволюцию системы от ее инволюции, понимаемой как деградация (потеря работоспособности), причем не только системы в целом, но и каждой ее степени свободы в отдельности:

$$dZ_i > 0 \text{ (эволюция); } dZ_i < 0 \text{ (инволюция)} \quad (9)$$

Столь же легко отличить состояние *равновесия*, характеризующееся прекращением процесса, от *стационарного* состояния, свойственного установившимся процессам:

$$dZ_i = 0 \text{ при } J_i = 0 \text{ (равновесие); } dZ_i = 0 \text{ при } J_i \neq 0 \text{ (стационарное состояние)}. \quad (10)$$

Это состояние устойчиво, если отклонение параметра Z_i достигло своего минимума, поскольку отклонение от него требует затраты некоторой работы dW^r :

$$d^2Z_i > 0; dJ_i/dt > 0. \quad (11)$$

Таким образом, условием стационарности какого-либо i -го процесса (его установившегося характера) является минимум соответствующего момента распределения Z_i энергоносителя Θ_i . Отсюда следует, что если система остается устойчивой, эволюционируя в определенном интервале времени Δt от состояния равновесия до текущего неравновесного состояния, то и изменение момента Z_i будет при этом также минимальным. Принимая начальный момент времени $t = 0$, это условие можно выразить интегралом:

$$Z_i = \int_0^t J_i dt = \min. \quad (12)$$

Это условие имеет универсальный характер и справедливо для любой формы энергии. Ниже мы покажем, что принцип наименьшего действия является частным случаем этого довольно очевидного условия.

4. Принцип наименьшего действия как следствие энергодинамических критериев эволюции

¹⁾ Это подчеркивается знаком неполного дифференциала d .

Применим энергодинамический метод анализа частичных равновесий к обоснованию принципа наименьшего действия. С этой целью учтем, что для задач, связанных с изучением движения материальных тел, роль параметра неоднородности выполняет момент распределения Z_p импульса \mathbf{P} . Образование этого момента не зависит от того, чем оно вызвано: внешними далекодействующими силами \mathbf{F}_i или внутренними напряжениями (термодинамическими силами \mathbf{X}_i). Поэтому энергодинамический подход применим как к замкнутым, так и незамкнутым системам.

Обратим теперь внимание на то, что в случае момента распределения импульса Z_p его поток $\mathbf{J}_p \equiv (\partial Z_p / \partial t) = \mathbf{P} \mathbf{v} = 2E^k$, т.е. представляет собой удвоенную величину кинетической энергии системы $E^k = M\mathbf{v}^2$, где \mathbf{v} – средняя скорость потока. В соответствии с этим момент распределения импульса в потоке $Z_p = |\mathbf{J}_p|$ является скаляром, и в соответствии с (12) критерий устойчивости движения системы становится выражение:

$$Z_p = 2 \int E^k dt = \min, \quad (13)$$

где интеграл берется с момента начала движения.

Нетрудно видеть, что подынтегральное выражение в (13) имеет смысл «действия» по Мопертюи [1]. Тем самым принцип наименьшего действия Мопертюи оказывается частным случаем энергодинамических критериев эволюции в их приложении к механическому движению:

$$\hat{S}(t) = Z_p/2 = \int E^k dt = \min. \quad (14)$$

Поскольку же в стационарных условиях потенциальная энергия системы E^p остается неизменной, выражение (18) можно распространить и на функцию Лагранжа $L = E^k - E^p$, и на функцию Гамильтона как их сумму. При этом оно по-прежнему будет выражать условие минимума модуля момента распределения импульса Z_p в течение всего процесса. Это означает, что благодаря диссипации из всех траекторий движения системы «выбирает» ту, при которой она остается ближе к равновесию, что в условиях неизменности внешнего «принуждения» соответствует установившемуся характеру движения. Это снимает какой-либо покров «таинственности» с ПРД. Более того, становится очевидным, что это обстоятельство носит универсальный характер и справедливо не только для механического движения, но для процессов любой другой природы. Это делает понятие «действия» излишним. Более того, становится ясным, что ПНД вообще не имеет отношения к понятию «действия» в механике как произведению силы \mathbf{F}_i на время Δt ее действия, поскольку параметр Z_p является функцией состояния, а не процесса, и в стационарных условиях остается неизменным. Это отнюдь не означает, что его величина не может быть иной, когда внешнее «принуждение» изменяется. Наглядным

примером является изменение профиля скорости в потоке вязкой жидкости с ламинарного на турбулентный с возрастанием перепада или градиента давлений (термодинамической силы $X_p = F_i/M$) на участке одного и того же канала. При этом соотношение максимальной скорости в ядре потока к ее средней величине v , определяющее наряду с ней величину Z_p как меру неоднородности поля скоростей, зависит от «принуждающей» силы X_p . Вполне естественно, что Z_p остается неизменным при ее постоянстве и увеличивается с ее возрастанием по закону, свойственному ламинарному или турбулентному движению. Получить этот закон можно как из эксперимента, так и удачным подбором (конструированием) подынтегрального выражения в (15), с тем, чтобы его вариация приводила к результату, соответствующему эксперименту.

Принципиально новым в предложенном обосновании принципа наименьшего действия является то обстоятельство, что оно вскрывает необоснованность утверждения о неприменимости ПНД к неконсервативным системам. В противовес этому энергодинамика утверждает, что минимум любого из моментов распределения Z_i , в том числе Z_p , достигается именно благодаря диссипации. Тем самым она подчеркивает истинный смысл этого принципа как условия минимума принуждения, поддерживающего динамическую систему в состоянии установившегося движения, что соответствует минимальной величине отклонения ее от состояния внутреннего равновесия. Именно это обуславливает поразительную универсальность принципа наименьшего действия, не объяснимую с позиций механики консервативных систем. Тем самым устраняются какие-либо препятствия к применению принципа наименьшего действия к реальным процессам.

Заключение:

1. Предложенное энергодинамическое обоснование принципа наименьшего действия (ПНД) снимает с него покров таинственности и делает его естественным следствием стремления системы к равновесию. При этом вскрывается смысл самого понятия «действие» и его связь с измеримыми параметрами системы;

2. Отсутствие доказательств ПНД обусловлено попытками сделать это на основе классической механики консервативных систем. Более общий подход с позиций энергодинамики позволяет получить его как частный случай энергетических критериев эволюции неоднородных систем;

3. С энергодинамической точки зрения ПНД выражает условие минимальности работы «против равновесия», требуемой для поддержания потока в стационарном неравновесном состоянии (с неоднородным полем скоростей);

4. Энергодинамический метод обоснования ПНД из условия минимума диссипации обуславливает справедливость этого принципа для неконсервативных систем, что значительно расширяет сферу его применимости;

5. Универсальность ПНД обусловлена единством энергетических критериев эволюции, равновесия и устойчивости для всех форм энергии материальных систем независимо от степени их удаления от равновесия и сложности. Это делает ПНД надежным инструментом анализа неравновесных систем.

Литература

1. Мопертюи П. Законы движения и покоя, выведенные из общего метафизического принципа // Вариационные принципы механики / Под ред. Л. С. Полака. – М. : Физматгиз, 1959.
2. Эйлер Л. Диссертация о принципе наименьшего действия // Вариационные принципы механики / Под ред. Л. С. Полака. – М. : Физматгиз, 1959.
3. Лагранж Ж. Аналитическая механика. В 2-х т. – М.-Л. : Гостехиздат, 1950. – Т. 1. – 594 с.
4. Гельмгольц Г. О физическом значении принципа наименьшего действия // Вариационные принципы механики / Под ред. Л. С. Полака. – М. : Физматгиз, 1959.
- [5] Планк М. Физические очерки. – М. : ГИЗ, 1925. – 136 с.
- [6] Планк М. Единство физической картины мира. – М. : Наука, 1966. [7] А. Einstein, Collection of scientific papers. Т.1. *Moscow: Science* (1965).
- [7] Фейнман Р. Характер физических законов. – М. : Наука, 1987. – 160 с. [9] L.D. Landau, E.M.Livshits, Theoretical physics. Т.1. *Moscow: Fizmatlit*, (2003). (In Russian).
- [8] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 3: Излучения. Волны. Кванты. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 240 с.
- [9] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Т.1...10. М.: Физматлит, 2003.
- [10] V.A. Etkin, Thermodynamics of nonequilibrium processes of energy transfer and transformation. *Saratov: Sar. Gov. Univ.* (1991), 168 p. (In Russian).
- [12] A.I. Andryushchenko, Fundamentals of technical thermodynamics of real processes (2th ed.), *Moscow*, (1975). (In Russian).

- [13] I.P. Bazarov, Thermodynamics (4th ed.), *Moscow* (1991). (In Russian).
- [14] S.R de Groot, P. Mazur, Nonequilibrium thermodynamics. *Amsterdam* (1962).
- [15] I. Gyamati, Non-equilibrium Thermodynamics. Field Theory and Variational Principles. – Springer-Verlag (1970).
- [16] D. Jou, J. Casas-Vázquez, G. Lebon, Extended Irreversible Thermodynamics (4th ed.), *Springer* (2010) 483 p., DOI: 10.1007 / 978-90-481-3074-0.
- [17] Эткин В.А. Термокинетика (термодинамика неравновесных процессов переноса и преобразования энергии). Тольятти: Изд.-во Акад. Бизнеса, 1999, 228 с. V.A. Etkin, Thermokinetics (Synthesis of Heat Engineering Theoretical Grounds). *Haifa* (2010). 334 p.
- [18] . Эткин В.А. Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии) – СПб.; «Наука», 2008.- 409 с. (Etkin V. Energodynamics (Thermodynamic Fundamentals of Synergetics).- New York, 2011.- 480 p.).
- [19] V.A. Etkin, Synthesis of the fundamentals of engineering disciplines (Ergodic approach to knowledge integration). *Saarbrücken: Lamb. Acad. Publ.* (2011).-290 p. (In Russian).
- [20] Эткин В.А. К термодинамической теории производительности технических систем. Изв. АН СССР. Энергетика, 2000. – №1. –С.99...106. V.A. Etkin, *Appl. Energetic* (2000), 38(1) 126 (translated from “*Bulletin of Russian Acad. Science -Power engineering*”), 1(2000), 99-106).
- [21] V.A. Etkin, *Journal "Scientific Israel-Technological Advantages"*. 19(1) (2017).107.
- [22] Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: новый диалог человека с природой. М.: Прогресс, 1986.
- [23] Эткин В.А. Паралогизмы термодинамики. - Saarbrücken, Palm. Ac. Publ.(2015). 353 p.
- [24] Гладышев Г.П. Термодинамика и макрокинетика природных иерархических процессов.-М.: Наука, 1988,194 с.
- [25] L.Onsager, Reciprocal relations in irreversible processes. *Phys. Rev.* 237(14) (1931) 405; 238 (12) 2265.
- [26] W. Tomson, Mathematical and physical papers, *Cambridge*, V.1(1882).

References

- [1] P. Maupertuis, *Variational principles of mechanics.*(Ed. Polak L.S.). -*Moscow*: (1959). (In Russian).
- [2] L. Euler, *Variational principles of mechanics.*(Ed. Polak L.S.). -*Moscow*: (1959). (In Russian).

- [3] J. Lagrange, *Analytical Mechanics*. T.1. – *Moskow: “Mir”* (1950). (In Russian).
- [4] G. Helmholtz, *Variational principles of mechanics*.(Ed. Polak L.S.). -*Moscow*: (1959). (In Russian).
- [5] M. Plank, *Physical essays*. – *Moskow: “Mir”* (1925), - 136 p. (In Russian).
- [6] M. Planck, *Unity of the physical picture of the world*. *Moskow: Science* (1966). (In Russian).
- [7] A. Einstein, *Collection of scientific papers*. T.1. *Moskow: Science* (1965).
- [8] R. P. Feynman, *The Character of physical laws*. *Messenger Lectures: MIT Press*. (1967). ISBN 0-262-56003-8.
- [9] L.D. Landau, E.M.Livshits, *Theoretical physics*. T.1. *Mockow: Fizmatlit*, (2003). (In Russian).
- [10] R.P. Feynman, *The Principle of Least Action*. *The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesley*, (1965).
- [11] V.A. Etkin, *Thermodynamics of nonequilibrium processes of energy transfer and transformation*. *Saratov: Sar. Gov. Univ.* (1991), 168 p. (In Russian).
- [12] A.I. Andryushchenko, *Fundamentals of technical thermodynamics of real processes* (2th ed.), *Moscow*, (1975). (In Russian).
- [13] I.P. Bazarov, *Thermodynamics* (4th ed.), *Moscow* (1991). (In Russian).
- [14] S.R de Groot, P. Mazur, *Nonequilibrium thermodynamics*. *Amsterdam* (1962).
- [15] I. Gyamati, *Non-equilibrium Thermodynamics. Field Theory and Variational Principles*. – Springer-Verlag (1970).
- [16] D. Jou, J. Casas-Vázquez, G. Lebon, *Extended Irreversible Thermodynamics* (4th ed.), *Springer* (2010) 483 p., DOI: 10.1007 / 978-90-481-3074-0.
- [17] V.A. Etkin, *Thermokinetics (Synthesis of Heat Engineering Theoretical Grounds)*. *Haifa* (2010). 334 p.
- [18] V.A. Etkin, *Energodynamics (Thermodynamic Fundamentals of Synergetics)*. *N.Y.* (2011). 480 p.
- [19] V.A. Etkin, *Synthesis of the fundamentals of engineering disciplines (Ergodiamic approach to knowledge integration)*. *Saarbrücken: Lamb. Acad. Publ.* (2011).-290 p. (In Russian).
- [20] V.A. Etkin, *Appl. Energetic* (2000), 38(1) 126 (translated from “*Bulletin of Russian Acad. Science -Power engineering*”), 1(2000), 99-106).
- [21] V.A. Etkin, *Journal "Scientific Israel-Technological Advantages"*. 19(1) (2017).107.
- [22] I. Prigogine, I. Stengers, *Order from chaos: a new dialogue between man and nature*. *Bantam Books*. (1984). 349 p.

- [23] V.A. Etkin, Paralogisms of thermodynamics. - Saarbrücken, Palm. Ac. Publ.(2015). 353 p.
- [24] G.P. Gladyshev, Thermodynamic Theory of the Evolution of Living Beings, *N.Y.*(1997). 208 p.
- [25] L.Onsager, Reciprocal relations in irreversible processes. *Phys. Rev.* 237(14) (1931) 405; 238 (12) 2265.
- [26] W. Tomson, Mathematical and physical papers, *Cambridge*, V.1(1882).